

МЕХАНИКА



КИНЕМАТИКА

Кинематика (от греч. *kinematos* — движение) изучает механическое движение тел, не рассматривая причины, которыми это движение вызывается. Задача кинематики — дать математическое описание движения тел.



МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Механическим движением тела называют изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Виды движения

Движение может быть двух видов: прямолинейным и криволинейным.

Прямолинейное движение

Равномерное — движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит одинаковое расстояние. При равномерном движении скорость тела остаётся постоянной.

✓ В таблице представлена зависимость координат тела от времени.

$t, \text{ с}$	0	1	2	3	4
$x, \text{ м}$	0	2	4	6	8

Неравномерное — движение, при котором тело **за равные промежутки времени** проходит **неодинаковое расстояние**.

✓ Тело за первые 10 мин проходит 30 м, а за следующие 10 мин — 40 м.

Один из видов неравномерного движения: **равнопеременное** — движение, при котором за равные про-

межутки времени скорость тела изменяется на одну и ту же величину.

✓ Шарик уронили в воду с некоторой высоты. Первые 3 с шарик двигался равноускоренно, а после 3 с движение продолжалось с постоянной скоростью.

На рисунке показан график изменения координаты шарика с течением времени.

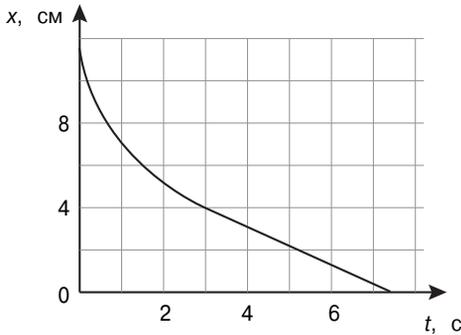
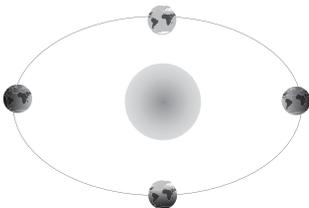


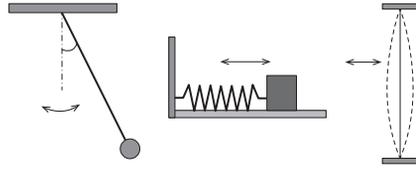
График изменения координаты шарика с течением времени, где x — координата тела, t — время движения

Криволинейное движение

Вращательное — движение в одном направлении по плоской (или пространственной) замкнутой траектории. Примером может служить движение Земли вокруг Солнца.



Колебательное — это движение, которое полностью или практически полностью повторяется с течением времени.



Колебательное движение

■ Относительность механического движения

Относительность механического движения — это зависимость траектории движения тела, пройденного пути, перемещения и скорости от выбора системы отсчёта.

■ Система отсчёта

Тело отсчёта — произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение движущейся материальной точки (или тела).

Система отсчёта — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчёта. В прямоугольной системе координат положение точки в пространстве задаётся её проекциями на три взаимно перпендикулярные оси. Совокупность координат $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ в момент времени t определяет закон движения материальной точки в координатной форме.



- 1 Четыре объекта двигались по шоссе (ось Ox). В таблице представлена зависимость их координат от времени.

t , с	0	1	2	3	4	5
x_1 , м	0	2	4	6	8	10
x_2 , м	0	0	0	0	0	0
x_3 , м	0	1	4	9	16	25
x_4 , м	0	2	0	-2	0	2

У какого из тел скорость могла быть постоянна и отлична от нуля?

Решение:

Способ 1

Рассмотрим каждый объект.

Объект x_1 за каждую секунду изменял координату на 2 м, значит, $s=2\text{ м}$, $t=1\text{ с}$. Тогда его скорость постоянна и равна:

$$v = \frac{s}{t}; v = \frac{2\text{ м}}{1\text{ с}} = 2\text{ м/с}.$$

Объект x_2 не изменял координату, значит, оставался на месте.

Объект x_3 изменял координату неравномерно, значит, его скорость непостоянна.

Объект x_4 изменял координату периодически от 2 до -2 и обратно, то есть это колебательное движение.

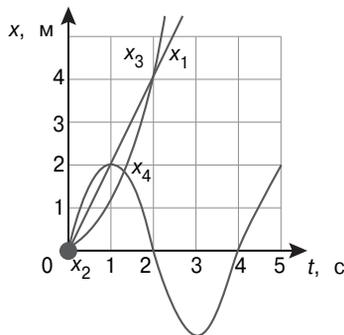
Таким образом, скорость постоянна и отлична от нуля только у объекта x_1 .

Способ 2

Начертим графики каждого объекта.

Графику равномерного движения (с постоянной скоростью) соответствует только движение объекта x_1 .

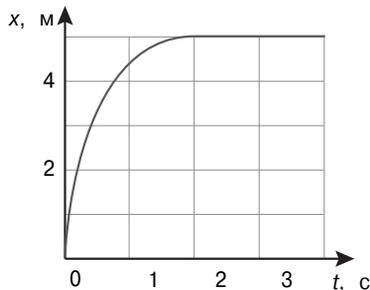
Ответ: x_1 .



- 2 Мячик катится по горке. Изменение его координаты с течением времени в инерциальной системе отсчёта показано на графике. Охарактеризуйте движение мячика на каждом участке.

Решение:

На участке 1—2 с изображена парабола, то есть график равнопеременного движения, причём со временем движение замедляется (за каждую следующую секунду мячик проходит меньшее расстояние). На участке 2—4 с координата мячика не изменяется, значит, мячик остановился и остаётся неподвижным.



Ответ: на участке 1 движение равнозамедленное, на участке 2 мячик покоится.

- 3 Эскалатор метро поднимается со скоростью 1 м/с. Может ли человек, находящийся на нём, быть в покое в системе отсчёта, связанной с землёй?

- 1) Может, если движется в противоположную сторону со скоростью 1 м/с.
- 2) Может, если движется в ту же сторону со скоростью 1 м/с.
- 3) Может, если стоит на эскалаторе.
- 4) Не может ни при каких условиях.

Решение:

Скорость человека относительно земли v_3 будет равна нулю, если:

$$V_3 = v_э - v_ч = 0,$$

где $v_э$ — скорость эскалатора относительно земли, $v_ч$ — скорость человека относительно эскалатора, то есть если эти скорости равны по модулю и направлены противоположно друг другу.

Ответ: 1.

МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА

Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь, называется **материальной точкой**.

✓ Решаются две задачи: рассчитать манёвр стыковки двух космических кораблей и вычислить период обращения космических кораблей вокруг Земли.

Только во втором случае космические корабли можно рассматривать как материальные точки, так как для стыковки кораблей важны их размеры.

■ Радиус-вектор, траектория, перемещение, путь

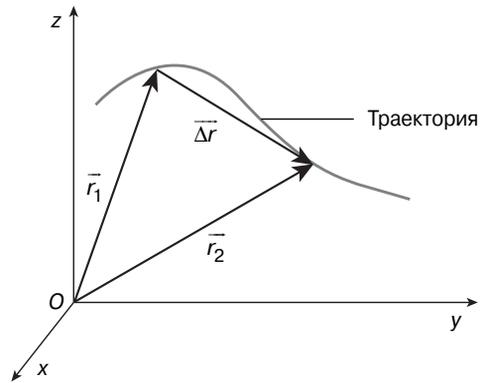
Радиус-вектор \vec{r} — вектор, соединяющий начало отсчёта с положением материальной точки в произвольный момент времени.

Координаты x и y связаны (см. рисунок) с r и α следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{cases}$$

Траектория — линия, которую описывает тело (материальная точка) с течением времени, перемещаясь из одной точки в другую.

Перемещение — вектор, проведённый из начального положения материальной точки в конечное.



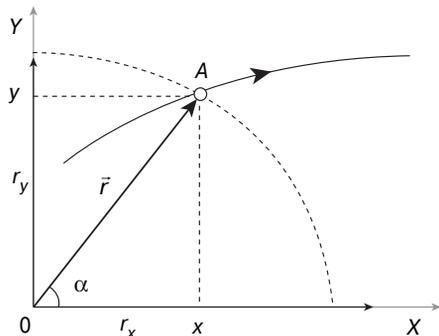
Траектория и перемещение:

\vec{r}_1 и \vec{r}_2 — радиус-векторы материальной точки в двух положениях;

$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ — перемещение;

$\vec{r} = (x(t), y(t), z(t))$ — координаты радиус-вектора;

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ — модуль (длина) радиус-вектора



Связь радиус-вектора с координатами точки: r_x и r_y — проекции радиус-вектора на координатные оси; α — угол наклона радиус-вектора к оси Ox ; x , y — координаты точки A и радиус-вектора \vec{r}

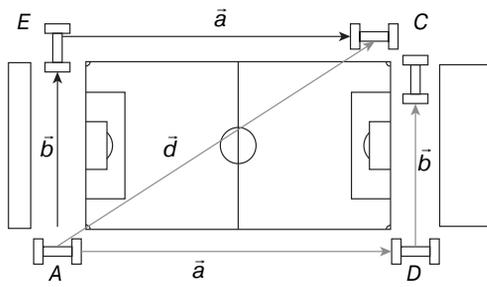
Пройденный путь s — длина участка траектории, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени.

Для разных видов движения перемещение и пройденный путь вычисляются разными способами.

■ Сложение перемещений

Сложение перемещений — результирующее перемещение, равное **векторной сумме** последовательных перемещений:

$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}.$$



Сложение перемещений:

\vec{a} — перемещение из точки A в точку D ;

\vec{b} — перемещение из точки D в точку C ;

\vec{d} — результирующее перемещение



Практические задания

4 Вертолёт поднимается вертикально вверх. Какова траектория движения точки на конце лопасти винта вертолёта в системе отсчёта, связанной с человеком, стоящим на земле?

- | | |
|-----------|-------------------|
| 1) точка | 3) окружность |
| 2) прямая | 4) винтовая линия |

Решение:

Точка на конце лопасти винта вертолёта вращается относительно человека, стоящего на земле, и одновременно удаляется от него, образуя винтовую линию.

Ответ: 4.

5 Сколько секунд пассажир, сидящий у окна в вагоне поезда, идущего со скоростью 12 м/с, будет видеть проходящий мимо него встречный поезд, скорость которого 9 м/с, а длина 168 м?

Решение:

Время движения встречного поезда относительно пассажира, сидящего в первом поезде:

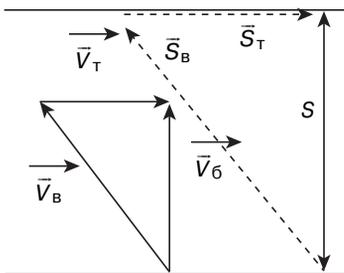
$$t = \frac{S}{v_1 + v_2},$$

где v_1 — скорость первого поезда, v_2 — скорость встречного поезда. Тогда

$$t = \frac{168 \text{ м}}{12 \text{ м/с} + 9 \text{ м/с}} = 8 \text{ с.}$$

Ответ: 8 с.

- 6** Лодка переплывает реку шириной 600 м, причём рулевой держит курс таким образом, что лодка всё время плывёт перпендикулярно берегам. Скорость лодки относительно воды 5 м/с, скорость течения реки 3 м/с. Через какое время лодка достигнет противоположного берега?



Результирующее перемещение:
 $\vec{V}_б$ — скорость лодки относительно воды; $\vec{V}_т$ — скорость течения;
 $\vec{V}_б$ — скорость лодки относительно берега; $\vec{S}_б$ — перемещение лодки относительно воды;
 $\vec{S}_т$ — перемещение течения;
 $\vec{S}_б$ — перемещение лодки относительно берега

Решение:

Треугольник скоростей подобен треугольнику перемещений, поэтому

$$t = \frac{S}{V_б} = \frac{S}{\sqrt{V_б^2 - V_т^2}} = \frac{600 \text{ м}}{\sqrt{(5 \text{ м/с})^2 - (3 \text{ м/с})^2}} = 150 \text{ с.}$$

Ответ: через 150 с.

СКОРОСТЬ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Средняя путевая скорость — скалярная величина, равная отношению пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t}, \text{ где } V_{\text{ср}} \text{ — средняя путевая}$$

скорость, S — пройденный путь, t — время, затраченное на его прохождение.

Единица скорости — метр в секунду (**м/с**).

✓ На рисунке представлен график зависимости пути S велосипедиста от времени t . Рассмотрим характер движения велосипедиста на каждом участке.

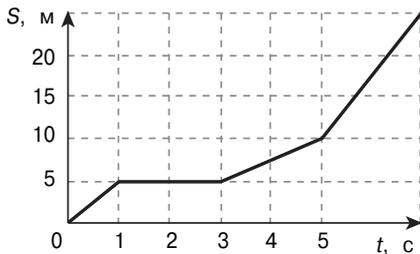


График движения велосипедиста

От 0 до 1 с — движение равномерное со скоростью:

$$V_1 = \frac{5\text{ м}}{1\text{ с}} = 5\text{ м/с.}$$

От 1 до 3 с — велосипедист неподвижен.

От 3 до 5 с — движение равномерное со скоростью:

$$V_2 = \frac{(10-5)\text{ м}}{2\text{ с}} = 2,5\text{ м/с.}$$

От 5 до 7 с — движение равномерное со скоростью:

$$V_3 = \frac{(25-10)\text{ м}}{2\text{ с}} = 12,5\text{ м/с.}$$

На всём интервале времени можно определить среднюю скорость:

$$V_{\text{ср}} = \frac{25\text{ м}}{7\text{ с}} \approx 3,57\text{ м/с.}$$



Скалярная величина — величина, которая не имеет направления и характеризуется только числовым значением (например, масса, мощность, температура).

■ Мгновенная скорость

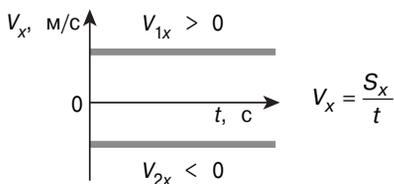
При уменьшении промежутка времени, за которое совершается пере-

мещение, до минимального значения (мгновения) можно определить **мгновенную скорость** \vec{V} — скорость движения в данный момент времени — предел, к которому стремится средняя скорость на бесконечно малом промежутке времени Δt :

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}.$$

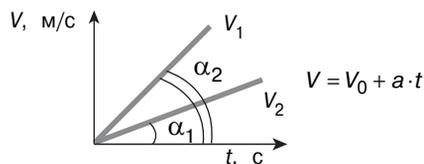
Графики скорости

При равномерном движении



\vec{V}_1 и \vec{V}_2 направлены противоположно

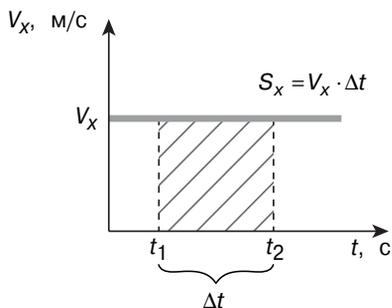
При равнопеременном движении



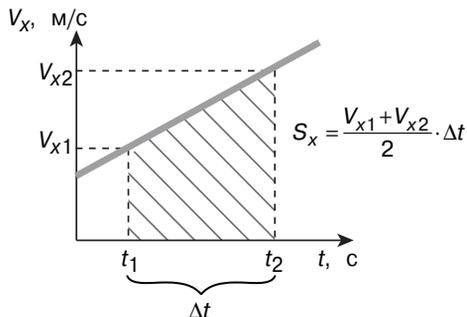
Чем больше угол наклона прямой скорости, тем больше ускорение тела

Определение перемещения по графику скорости

При равномерном движении



При равнопеременном движении



Площадь фигуры под графиком скорости равна пройденному пути

✓ Четыре тела движутся вдоль оси Ox . На рисунке изображены графики зависимости проекций скоростей V_x от времени t для этих тел.

Рассмотрим характер движения каждого тела. Тела 1, 2 и 3 движутся с положительным ускорением (разгоняются), причём с наименьшим ускорением разгоняется тело 3, с наибольшим — тело 1. Тело 4 движется с отрицательным ускорением (тормозит).

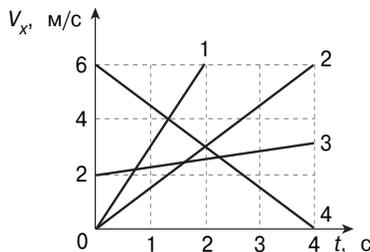


График движения четырёх тел

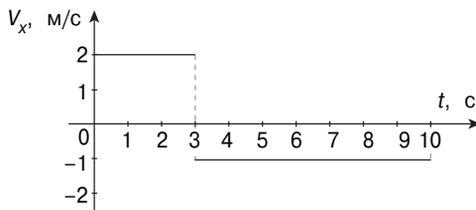
Наибольшее по модулю ускорение имеет тело 1.

✓ На графике изображена зависимость проекции скорости тела, движущегося вдоль оси Ox , от времени. Чему равен модуль перемещения тела к моменту времени $t = 10$ с?

Решение:

Модуль перемещения тела равен площади фигуры под (над) графиком скорости:

$$s = |2\text{ м/с} \cdot 3\text{ с} - 1\text{ м/с} \cdot 7\text{ с}| = 1\text{ м.}$$



Ответ: $s = 1\text{ м.}$

■ Относительная скорость

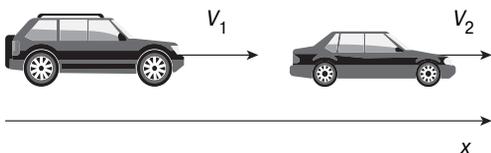
Относительная скорость — скорость одной материальной точки в системе отсчёта, связанной с другой. Относительная скорость равна векторной разности скоростей этих тел:

$$\vec{V}_{21} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1.$$

Частные случаи определения относительной скорости

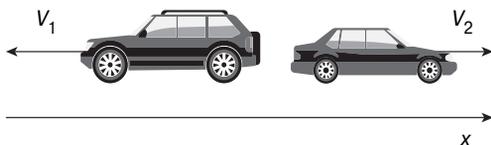
При движении тел в одном направлении модуль относительной скорости равен разности скоростей:

$$V_{21} = V_2 - V_1.$$



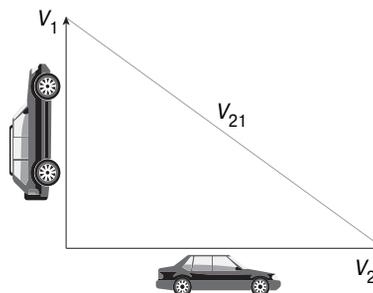
При движении тел в противоположных направлениях они удаляются или сближаются с относительной скоростью, равной сумме их скоростей:

$$V_{21} = V_2 + V_1.$$



При движении под прямым углом относительная скорость вычисляется по теореме Пифагора:

$$V_{21} = \sqrt{V_2^2 + V_1^2}.$$



■ Сложение скоростей

Правило сложения скоростей: скорость тела в неподвижной системе отсчёта \vec{V}_1 равна векторной сумме скорости тела в подвижной системе отсчёта \vec{V}_2 и скорости подвижной системы отсчёта относительно неподвижной \vec{V}_{21} :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{V}_{21}.$$

✓ Два автомобиля движутся по прямому шоссе: первый — со скоростью v , второй — со скоростью $(-3v)$. Какова скорость второго автомобиля относительно первого?

Решение:

Случай встречного движения:

$$V_{21} = V_2 + V_1 = v + 3v = 4v.$$

Ответ: $V_{21} = 4v$.



Практические задания

- 7 Велосипедист начинает движение из состояния покоя с постоянным ускорением 1 м/с^2 . Какова будет его скорость через 10 с ?

Дано:

$$v_0 = 0$$

$$a = 1 \text{ м/с}^2$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$v = ?$$

Решение:

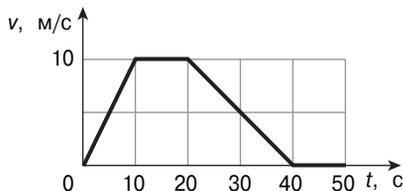
При равноускоренном движении $v = v_0 + a \cdot t = a \cdot t$, при

$v_0 = 0$ получим: $v = a \cdot t$.

$$v = 1 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ с} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 10 \text{ м/с}$.

- 8 На рисунке представлен график зависимости модуля скорости v автомобиля от времени t . Определите по графику путь, пройденный автомобилем в интервале времени от 0 до 40 с после начала движения.



Решение:

График скорости в интервале времени от 0 до 40 с представляет собой трапецию с основаниями $a = 40 \text{ с}$, $b = 10 \text{ с}$, высотой $h = 10 \text{ м/с}$,

площадь которой ($S = \frac{a+b}{2} \cdot h$) будет равна пройденному пути:

$$s = \frac{40 \text{ с} + 10 \text{ с}}{2} \cdot 10 \text{ м/с} = 250 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 250 \text{ м}$.

- 9 Два автомобиля движутся по прямому шоссе в одном направлении. Скорость первого автомобиля относительно земли 120 км/ч , второго — 70 км/ч . Чему равен модуль скорости первого автомобиля в системе отсчёта, связанной со вторым автомобилем?

Дано:

$$v_1 = 120 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 70 \text{ км/ч}$$

$$v_{12} = ?$$

Решение:

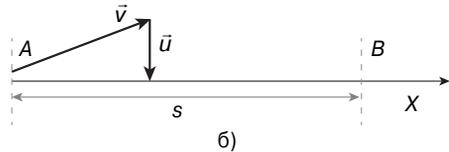
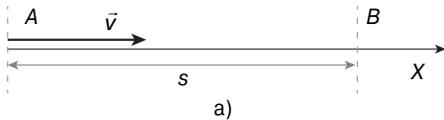
При движении тел в одном направлении скорость первого автомобиля относительно второго:

$$v_{12} = v_1 - v_2; v_{12} = 120 \text{ км/ч} - 70 \text{ км/ч} = 50 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $v_{12} = 50 \text{ км/ч}$.

10

В безветренную погоду самолёт затрачивает на перелёт между городами 6 ч. Если во время полёта дует боковой ветер, то затрачивается на 9 мин больше. Найдите скорость ветра, если скорость самолёта относительно воздуха постоянна и равна 328 км/ч.



Дано:

$$t = 6 \text{ ч}$$

$$v = 328 \text{ км/ч}$$

$$\Delta t = \frac{3}{20} \text{ ч}$$

$$u = ?$$

Решение:

В первом случае (рис. а) расстояние между городами: $s = v \cdot t$.

Во втором случае (рис. б) скорость самолёта относительно земли: $v_3 = \sqrt{v^2 - u^2}$.

Тогда тот же путь самолёт проходит со скоростью v_3 за время $t + \Delta t$: $s = \sqrt{v^2 - u^2} \cdot (t + \Delta t)$.

Приравнявая правые части уравнений, получим:

$$v \cdot t = \sqrt{v^2 - u^2} \cdot (t + \Delta t), \text{ или } \frac{t^2}{(t + \Delta t)^2} = \frac{v^2 - u^2}{v^2};$$

$$1 - \frac{u^2}{v^2} = \frac{t^2}{(t + \Delta t)^2}, \text{ или } \frac{u^2}{v^2} = \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{(t + \Delta t)^2}, \text{ откуда}$$

$$u = v \cdot \frac{\sqrt{(t + \Delta t)^2 - t^2}}{t + \Delta t} = \frac{v}{t + \Delta t} \cdot \sqrt{\Delta t \cdot (2 \cdot t + \Delta t)}.$$

$$u = \frac{328 \text{ км/ч}}{6 \text{ ч} + \frac{3}{20} \text{ ч}} \cdot \sqrt{\frac{3}{20} \text{ ч} \cdot \left(2 \cdot 6 \text{ ч} + \frac{3}{20} \text{ ч}\right)} = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $u = 20 \text{ м/с}$.

УСКОРЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Ускорение является физической величиной, характеризующей изменение скорости с течением времени.

■ Мгновенное ускорение

Мгновенное ускорение \vec{a} — векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в те-

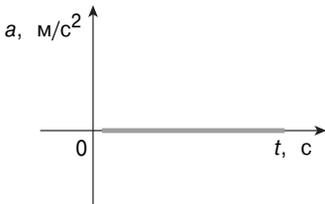
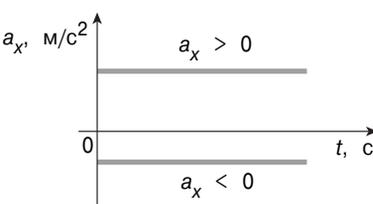
чение которого это изменение произошло:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}.$$

Единица ускорения — метр в секунду в квадрате (**м/с²**).

При прямолинейном ускоренном движении тела вектор ускорения параллелен (сонаправлен) вектору скорости: $\vec{a} \parallel \vec{V}$.

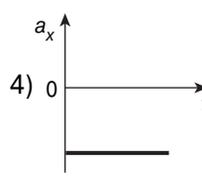
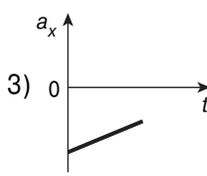
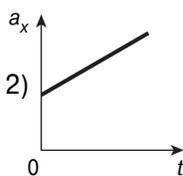
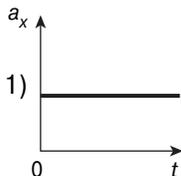
Графики и формулы ускорения

При равномерном движении	При равнопеременном движении
 <p style="text-align: center;">$a = 0$</p>	 $a_x = \frac{V_x - V_{0x}}{t}$



Практические задания

- 11** Тело, двигаясь вдоль оси Ox прямолинейно и равноускоренно, за некоторое время уменьшило свою скорость в 2 раза. Какой из графиков зависимости проекции ускорения от времени соответствует такому движению?

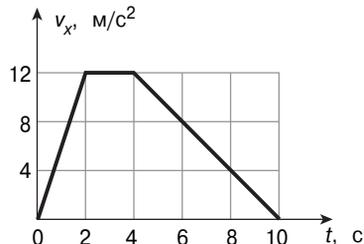


Решение:

Поскольку движение прямолинейно и равноускоренно, а скорость тела уменьшается, то проекция его ускорения постоянна и отрицательна. Этим условиям соответствует график 4.

Ответ: 4.

- 12** На рисунке показан график зависимости скорости тела от времени для проекции v_x . Какова проекция a_x ускорения этого тела в интервале времени от 4 до 8 с?



Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$v = 4 \text{ м/с}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$a = ?$$

Решение:

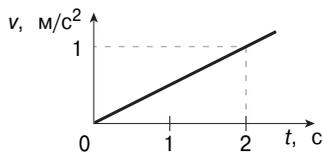
По формуле ускорения равнопеременного движения

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t};$$

$$a_x = \frac{4 \text{ м/с} - 12 \text{ м/с}}{4 \text{ с}} = -2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_x = -2 \text{ м/с}^2$.

- 13** Бегун начинает двигаться из начала координат вдоль оси Ox , причём проекция скорости v_x меняется с течением времени по закону, приведённому на графике. Чему будет равно ускорение бегуна через 2 с?



Дано:

$$v_0 = 0$$

$$v = 1 \text{ м/с}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$a = ?$$

Решение:

По графику скорости заметим, что движение является равнопеременным, а значит, ускорение постоянно в любой момент времени и равно:

$$a = \frac{v - v_0}{t}; \quad a = \frac{1 \text{ м/с} - 0}{2 \text{ с}} = 0,5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 0,5 \text{ м/с}^2$.

РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Равномерное прямолинейное движение — движение, при котором тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния.

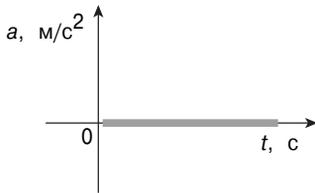


СИ — международная система единиц физических величин, современный вариант метрической системы. Все расчёты в физике ведутся в СИ.

■ Формулы и графики равномерного прямолинейного движения

Ускорение:

$$a = 0.$$



a — ускорение, t — время

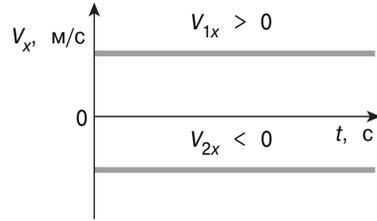
Скорость:

$$v = \frac{S}{t},$$

где S — пройденный путь, t — время движения.

$V_x > 0$, если направление движения совпадает с осью Ox (см. линию V_1);

$V_x < 0$, если направление движения противоположно направлению оси Ox (см. линию V_2).

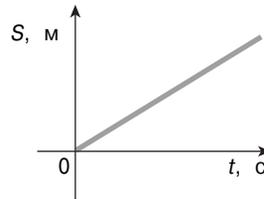


v_x — проекция скорости, t — время

Перемещение:

$$S = v \cdot t,$$

где v — скорость, t — время движения.

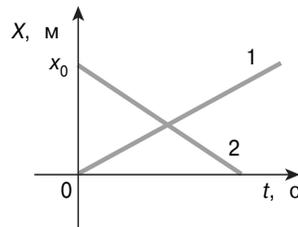


S — пройденный путь, t — время движения

Закон движения:

$$X = x_0 + v_x \cdot t,$$

где x_0 — начальная координата тела, v_x — проекция скорости на ось Ox , t — время движения.



x_0 — начальная координата тела, v_x — проекция скорости на ось Ox , t — время движения

Прямая 1 — график движения тела, выходящего из начала координат и движущегося вдоль оси Ox .

Прямая 2 — график движения тела, находящегося в начальный момент

в точке с координатой x_0 , движущегося противоположно направлению оси Ox и возвращающегося в начало координат.



Практические задания

- 14** Координата тела меняется с течением времени согласно закону $x = 4 - 2t$, где все величины выражены в СИ. Начертите график движения и график скорости этого движения.

Решение:

Нарисуем график зависимости проекции скорости движения тела от времени.

Сопоставляя коэффициенты в уравнении движения

$$\begin{cases} X = x_0 + V_x t \\ X = 4 - 2t \end{cases}, \text{ имеем } \begin{cases} x_0 = 4 \\ V_x = -2 \text{ м/с} \end{cases}.$$

Для построения графика можно начертить таблицу, как в алгебре.

t	0	2
x	4	0

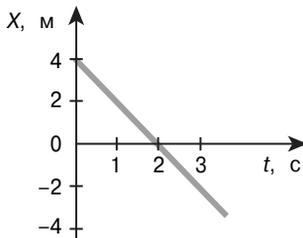


График движения

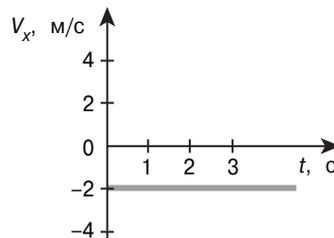
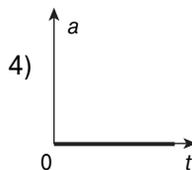
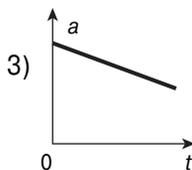
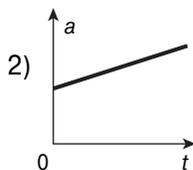
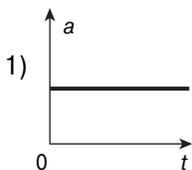


График скорости

Ответ: график движения — убывающая прямая линия $x = 4 - 2t$; график скорости — прямая, параллельная оси t : $v_x = -2$.

- 15 На рисунках изображены графики зависимости модуля ускорения от времени для разных видов движения. Какой график соответствует равномерному движению?

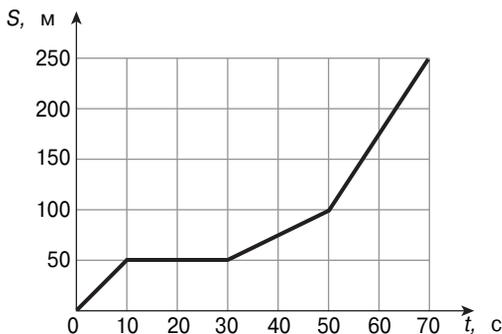


Ответ: 4.

Пояснение:

Поскольку при равномерном движении ускорение равно нулю, то графику равномерного движения соответствует график 4.

- 16 На рисунке представлен график зависимости пути S велосипедиста от времени t . Определите скорость велосипедиста на каждом промежутке.



Решение:

Определим скорость велосипедиста по формуле скорости равномерного движения $v = \frac{S}{t}$.

На промежутке от 0 до 10 с: $v = \frac{50 \text{ м}}{10 \text{ с}} = 5 \text{ м/с}$.

На промежутке от 10 до 30 с велосипедист не движется (координата не меняется).

На промежутке от 30 до 50 с: $v = \frac{100 \text{ м} - 50 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 2,5 \text{ м/с}$.

На промежутке от 50 до 70 с: $v = \frac{250 \text{ м} - 100 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 7,5 \text{ м/с}$.

Ответ: 5 м/с; 0 м/с; 2,5 м/с; 7,5 м/с.

РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Равнопеременное движение — движение, при котором за любые равные промежутки времени материальная точка изменяет свою скорость на одну и ту же величину. При таком движении ускорение материальной точки $a = \text{const}$.

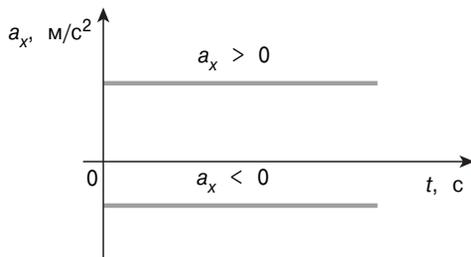
✓ Примеры равноускоренного движения: ракета при запуске спутника, пуля в стволе автомата, свободно падающее тело.

■ Формулы и графики равноускоренного прямолинейного движения

Ускорение:

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

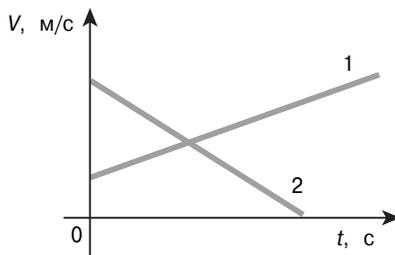
где v_0 и v — начальная и конечная скорости тела, t — время движения.



a_x — проекция ускорения, t — время

Скорость:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$



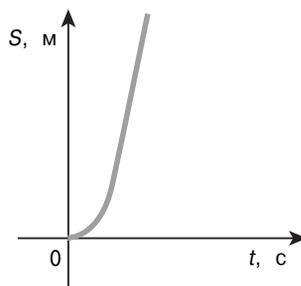
v — скорость, t — время

Тело 1 движется с возрастающей скоростью (разгоняется), тело 2 — с убывающей скоростью (тормозит).

Перемещение:

$$S = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2};$$

$$S = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot a}.$$

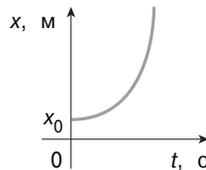


S — пройденный путь (перемещение), t — время

Закон движения:

$$X = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2},$$

где x_0 — начальная координата тела, a_x — проекция ускорения на ось Ox , t — время движения, V_{0x} — проекция начальной скорости на ось Ox .



x — координата тела, x_0 — начальная координата, t — время



Практические задания

- 17** Зависимость координаты от времени для некоторого тела описывается уравнением $x = 8t - t^2$, где все величины выражены в СИ. В какой момент времени скорость тела равна нулю?

Решение:

Сопоставляя коэффициенты в уравнении движения

$$\begin{cases} X = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} \\ x = 8t - t^2 \end{cases}, \text{ имеем } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_0 = 8 \text{ м/с} \\ \frac{a_x}{2} = -1 \text{ м/с}^2, a_x = -2 \text{ м/с}^2 \end{cases}.$$

По определённым величинам запишем уравнение скорости

$V_x = v_{0x} + a_x \cdot t = 8 - 2 \cdot t$ и приравняем её к нулю (по условию):

$V_x = 8 - 2 \cdot t = 0$, откуда $t = 4$ с.

Ответ: $t = 4$ с.

- 18** Начальная скорость автомобиля, движущегося прямолинейно и равноускоренно, — 5 м/с. Конечная скорость через 10 с равна 25 м/с. Какой путь прошёл автомобиль за это время?

Дано:

$$V_0 = 5 \text{ м/с}$$

$$V = 25 \text{ м/с}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$l = ?$$

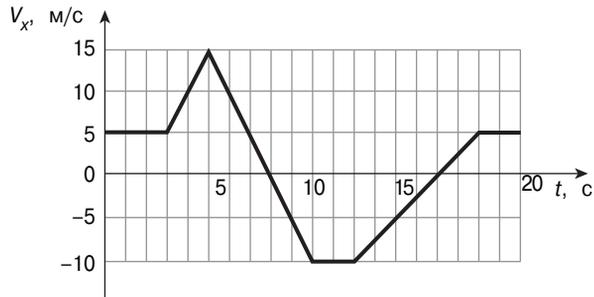
Решение:

$$l = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot a}; \quad a = \frac{V - V_0}{t}.$$

$$a = \frac{25 \text{ м/с} - 5 \text{ м/с}}{10 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}^2; \quad l = \frac{(25 \text{ м/с})^2 - (5 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 2 \text{ м/с}^2} = 150 \text{ м}.$$

Ответ: $l = 150$ м.

- 19 На рисунке приведён график зависимости проекции скорости тела v_x от времени t . Определите путь тела за первые 5 с движения.



Решение:

График скорости в первые 3 с движения представляет собой прямоугольник со сторонами $a=3\text{ с}$, $b=5\text{ м/с}$, в следующие 2 с — трапецию с основаниями $c=5\text{ м/с}$, $d=15\text{ м/с}$ и высотой $h=2\text{ с}$. Сумма площадей этих фигур ($S_1 = a \cdot b$, $S_2 = \frac{c+d}{2} \cdot h$) будет равна пройденному пути:

$$s = S_1 + S_2 = a \cdot b + \frac{c+d}{2} \cdot h = 3 \cdot 5\text{ м/с} + \frac{5\text{ м/с} + 15\text{ м/с}}{2} \cdot 2\text{ с} = 35\text{ м}.$$

Ответ: $s = 35\text{ м}$.

- 20 За 2 с прямолинейного равноускоренного движения тело прошло 20 м, увеличив свою скорость в 3 раза. Определите начальную скорость тела.

Дано:

$$\Delta t = 2\text{ с}$$

$$s = 20\text{ м}$$

$$v = 3v_0$$

$$v_0 = ?$$

Решение:

Выразим ускорение через начальную скорость:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{3v_0 - v_0}{t} = \frac{2v_0}{2\text{ с}} = v_0\text{ м/с}^2.$$

Пройденный путь:

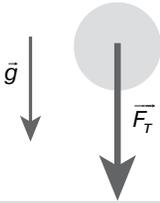
$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{(3v_0)^2 - v_0^2}{2 \cdot v_0} = 4v_0, \text{ откуда } v_0 = \frac{s}{4};$$

$$v_0 = \frac{20}{4} = 5\text{ м/с}.$$

Ответ: $v_0 = 5\text{ м/с}$.

СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ

Свободное падение — движение, которое совершает тело под действием только силы тяжести, без учёта силы сопротивления.



Векторы силы тяжести \vec{F}_T и ускорения свободного падения \vec{g}

Ускорение свободного падения

Все тела независимо от их массы в отсутствие силы сопротивления воздуха падают на Землю с одинаковым ускорением, которое называется **ускорением свободного падения**. Впервые это утверждение экспериментально было доказано Галилео Галилеем.

Идеальное свободное падение возможно лишь в вакууме, где нет силы сопротивления воздуха, и независимо от массы, плотности и формы все тела падают одинаково быстро, то есть в любой момент времени тела имеют одинаковые мгновенные скорости и ускорения.

Ускорение свободного падения:

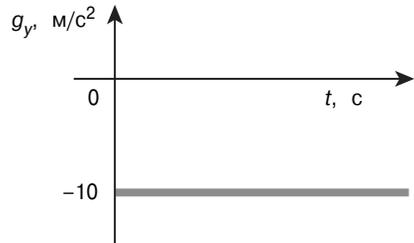
- ▲ всегда направлено к центру Земли;
- ▲ приблизительно равно $9,81 \text{ м/с}^2$;
- ▲ при решении задач, если не требуется высокая точность результата, принимают $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Поскольку Земля сплюснута на полюсах, то значение ускорения свободного падения на полюсах больше, а на экваторе меньше.

Формулы и графики свободного падения

Ускорение:

$$g \approx 9,81 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$$

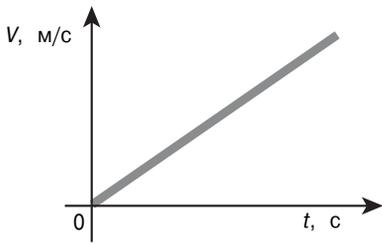


g_y — проекция ускорения свободного падения на ось Oy , t — время движения

Скорость:

$$v = v_0 + g \cdot t,$$

где v_0 и v — начальная и конечная скорости тела, g — ускорение свободного падения, t — время движения.



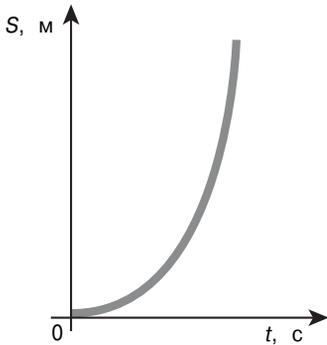
v — скорость тела, t — время

Перемещение:

$$S = \frac{g \cdot t^2}{2},$$

$$S = \frac{v_k^2}{2 \cdot g},$$

где v_k — конечная скорость тела, g — ускорение свободного падения, t — время движения.

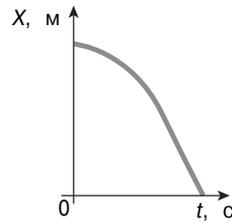


S — пройденный путь (перемещение), t — время

Закон движения:

$$X = x_0 + \frac{g_x \cdot t^2}{2},$$

где x_0 — начальная координата тела, g_x — проекция ускорения свободного падения, t — время движения.



X — координата тела, x_0 — начальная координата, t — время

Ось Ox направлена вертикально вверх.

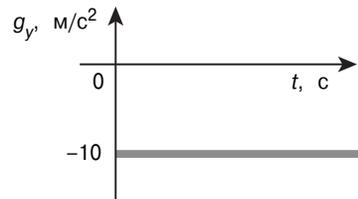
■ Одномерное движение в поле тяжести при наличии начальной скорости

Брошенный вверх мяч вплоть до высшей точки подъёма движется **равнозамедленно**, а вниз — **равноускоренно**. Но в целом его движение является **равнопеременным**, так как при движении и вверх, и вниз его ускорение остаётся постоянным (равным g).

■ Графики и формулы движения в поле тяжести при наличии начальной скорости

Ускорение:

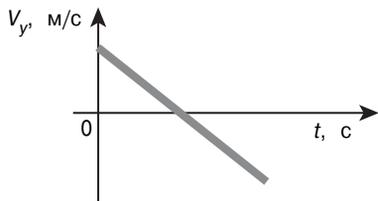
$$g \approx 9,81 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2.$$



Скорость:

при движении вверх $V_y = V_{0y} - g \cdot t$;

при движении вниз $V_y = V_{0y} + g \cdot t$.



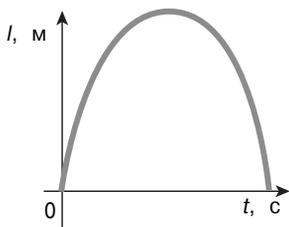
Перемещение:

при движении тела вверх

$$S_y = V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2};$$

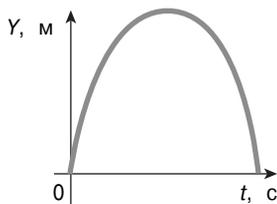
при движении вниз $S_y = V_{0y} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$;

на любой половине пути $S_y = \frac{V_0^2}{2 \cdot g}$.



Закон движения:

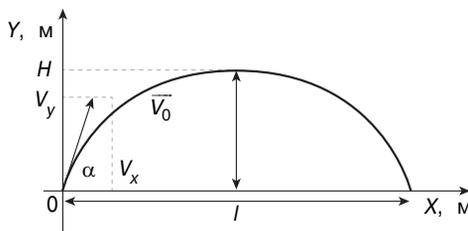
$$Y = y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{g_y \cdot t^2}{2}.$$



■ Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Движение тела происходит в вертикальной плоскости XU с начальной скоростью v_0 под действием силы тяжести Земли, а значит, с ускорением свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$, направленным вертикально вниз.

В евклидовом физическом пространстве перемещение тела по координатным осям X и Y можно рассматривать независимо.



Траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту:

\vec{V}_0 — начальная скорость, V_x и V_y — проекции начальной скорости на оси координат, α — угол наклона начальной скорости к оси Ox , l — дальность полёта, H — максимальная высота подъёма



Евклидово пространство — понятие, которое отражает трёхмерное пространство, в котором мы живём, описывается трёхмерной системой координат, строящейся на трёх взаимно перпендикулярных осях: Ox , Oy , Oz .

Разложим движение на две составляющие: горизонтальную и вертикальную.

■ Формулы движения в поле тяжести при наличии начальной скорости

<p>Горизонтальная составляющая Движение равномерное, так как проекция ускорения на ось Ox равна нулю</p>	<p>Вертикальная составляющая Движение равнопеременное, так как ускорение параллельно оси Oy</p>
<p>Ускорение: $g_x = 0$</p>	<p>Ускорение: $g_y \approx 10 \text{ м/с}^2 = \text{const}$</p>
<p>Проекция начальной скорости: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha,$ где v_0 — начальная скорость тела, α — угол наклона начальной скорости к оси Ox</p>	<p>Проекция начальной скорости: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha,$ где v_0 — начальная скорость тела, α — угол наклона начальной скорости к оси Oy. Проекция скорости в верхней точке траектории равна нулю: $v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t = 0,$ где g — ускорение свободного падения, t — время движения. Время полёта: $t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$</p>
<p>Дальность полёта: $l = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}.$ Дальность полёта максимальна при $\alpha = 45^\circ$</p>	<p>Высота подъёма в силу симметрии движения вверх и вниз может быть определена на второй половине пути: $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$</p>
<p>Закон движения: $X = x_0 + v_{0x} \cdot t = x_0 + v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t,$ где x_0 — начальная координата тела</p>	<p>Закон движения: $Y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = y_0 + v_0 \times \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2},$ где y_0 — начальная координата тела</p>



Практические задания

21 От высокой скалы откололся и стал свободно падать камень. Какую скорость он будет иметь через 3 с от начала падения?

Дано:

$$V_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V = ?$$

Решение:

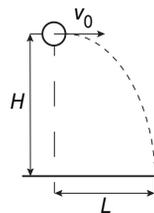
$$V = g \cdot t;$$

$$V = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 3 \text{ с} = 30 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V = 30 \text{ м/с}$.

22 Шарик, брошенный горизонтально с высоты H с начальной скоростью V_0 , за время полёта t пролетел в горизонтальном направлении расстояние L (см. рисунок). Что произойдёт с дальностью полёта и ускорением шарика, если на той же установке при неизменной начальной скорости шарика уменьшить высоту H ? Сопротивлением воздуха пренебречь. Для каждой величины определите характер её изменения и подберите к каждой букве соответствующую цифру.

- | | |
|---------------------|-----------------|
| А) дальность полёта | 1) увеличится |
| Б) ускорение шарика | 2) уменьшится |
| | 3) не изменится |



Решение:

При уменьшении высоты H уменьшится время полёта в соответствии с формулой:

$$H = \frac{g \cdot t^2}{2}, \text{ а значит, дальность полёта, выраженная формулой}$$

$$L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t, \text{ тоже уменьшится.}$$

Шарик движется с ускорением свободного падения: $g = 10 \text{ м/с}^2$, которое не изменяется вблизи поверхности земли.

Ответ: А — 2; Б — 3.

23 Тело, свободно падающее с некоторой высоты без начальной скорости, за время $\tau = 1$ с после начала движения проходит путь в $n = 5$ раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите полное время движения.

Дано:

$$v_0 = 0$$

$$\tau = 1 \text{ с}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$h^{(n)} = 5 \cdot h^{(\tau)}$$

$t = ?$

Решение:

Перемещение за первую секунду падения:

$$h(\tau) = \frac{g \cdot \tau^2}{2}; \quad h(\tau) = \frac{g \cdot (1 \text{ с})^2}{2} = \frac{g}{2}.$$

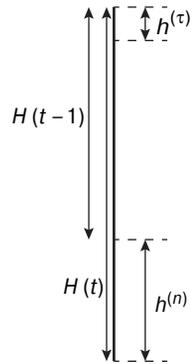
Пусть t — полное время движения. Тогда перемещение за последнюю секунду движения будет определяться разностью путей за последнюю и предпоследнюю секунды (см. рисунок), следовательно:

$$h^{(n)} = H(t) - H(t-1) = \frac{g \cdot t^2}{2} - \frac{g \cdot (t-1)^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot (2t-1).$$

Подставляя полученные выражения в условие $h^{(n)} = 5 \cdot h^{(\tau)}$, имеем:

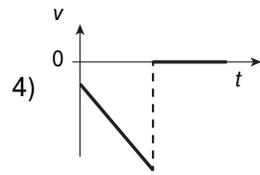
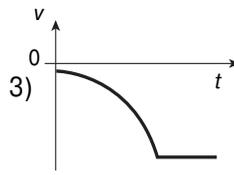
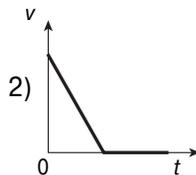
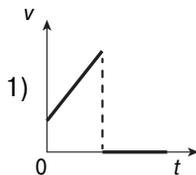
$$\frac{g}{2} \cdot (2t-1) = 5 \cdot \frac{g}{2}, \quad \text{или} \quad 2t-1=5, \quad \text{откуда} \\ t = 3 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 3 \text{ с.}$



24

Тело, брошенное вертикально вниз с некоторой высоты, через некоторое время упало на землю. Система отсчёта связана с землёй. Какой из приведённых графиков соответствует зависимости от времени для модуля v скорости этого тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.



Ответ: 1.

Пояснение:

При падении тела (начальная скорость не равна нулю) его скорость линейно возрастает, а при падении на землю становится равной нулю. Таким условиям соответствует только график 1.

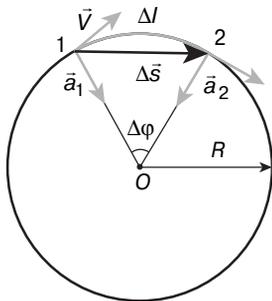
ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Движение по окружности является **периодическим**. Это движение, повторяющееся через равные промежутки времени. Примерами периодического движения являются вращение Земли вокруг Солнца, колебания маятника, колебание струны музыкального инструмента. **Вращательное движение** — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Равномерное движение по окружности, основные характеристики

При равномерном движении по окружности модуль скорости тела остаётся постоянным:

$$|V| = \text{const.}$$



Движение материальной точки по окружности из точки 1 в точку 2:

R — радиус окружности, $\Delta\varphi$ — угол поворота, Δl — пройденный путь (длина дуги), Δs — перемещение точки (хорда окружности), \vec{V} — линейная скорость, \vec{a}_1 и \vec{a}_2 — ускорения тела

Угловая и линейная скорость точки

Линейная (мгновенная) **скорость**:

■ всегда направлена по касательной к траектории, проведённой к той её точке, где в данный момент находится рассматриваемое физическое тело;

■ совпадает по направлению с перемещением за малый промежуток времени.

Единица скорости — метр в секунду (**м/с**).

$$V = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot R}{T},$$

где s — линейное перемещение (длина дуги), t — время, за которое это перемещение произошло, R — радиус окружности, T — период вращения.

Угловая скорость ω — физическая величина, равная отношению угла поворота тела к промежутку времени, в течение которого этот поворот произошёл.

Единица угловой скорости — радиан в секунду (**рад/с**).

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T},$$

где φ — угол поворота при перемещении тела на величину S , T — период вращения.

Связь **линейной** и **угловой** скорости:

$$V = \omega \cdot R.$$

Центростремительное ускорение — составляющая ускорения тела, движущегося по криволинейной траектории, направленная перпендикулярно его скорости всегда к центру окружности, характеризует изменение только направления скорости:

$$a = \frac{V^2}{R} = \omega^2 \cdot R.$$

Единица измерения — метр в секунду в квадрате (**м/с²**).

Касательное (тангенциальное) ускорение — составляющая ускорения тела, движущегося по криволинейной траектории, направленная по касательной:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t}.$$

Фаза вращения φ_0 — угол поворота радиус-вектора в произвольный момент времени относительно его начального положения. Единица измерения — радиан (**рад**).

Период вращения — время одного оборота по окружности.

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi \cdot R}{V} = \frac{2\pi}{\omega},$$

где T — время одного оборота по окружности, N — число оборотов за время t .

Частота вращения — число оборотов в единицу времени.

Единица частоты — герц (**Гц**): $1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$.

$$v = \frac{1}{T} = \frac{N}{t} = \frac{V}{2\pi \cdot R} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Связь периода и частоты вращения

▲ С линейной скоростью:

$$V = \frac{2\pi \cdot R}{T} = 2\pi \cdot R \cdot v;$$

▲ с угловой скоростью:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot v;$$

▲ с центростремительным ускорением:

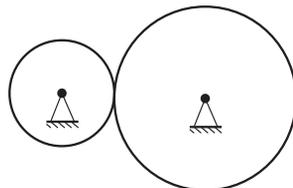
$$a = \frac{4 \cdot \pi^2 R}{T^2} = 4 \cdot \pi^2 \cdot v^2 R.$$



Практические задания

25

В механизме две шестерни сцеплены друг с другом и вращаются вокруг неподвижных осей (см. рисунок). Правая шестерня радиусом 10 см делает 20 оборотов за 10 с, а частота обращения левой шестерни равна 5 с^{-1} . Каков радиус левой шестерни? Ответ укажите в сантиметрах.



Дано:

$$R = 0,1 \text{ м}$$

$$N = 20$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$v = 5 \text{ с}^{-1}$$

$$r = ?$$

Решение:

Поскольку шестерни сцеплены друг с другом, то их линейные скорости одинаковы:

$V = v$, где V — скорость правой шестерни, а v — левой.

Линейная скорость связана с частотой или числом колебаний формулой:

$$V = 2\pi \cdot v \cdot R = 2\pi \cdot \frac{N}{t} \cdot R.$$

Подставляя эти формулы в первое равенство, имеем:

$$2\pi \cdot \frac{N}{t} \cdot R = 2\pi \cdot v \cdot r, \text{ откуда } r = \frac{N \cdot R}{v \cdot t}.$$

$$r = \frac{20 \cdot 0,1 \text{ м}}{5 \text{ с}^{-1} \cdot 10 \text{ с}} = 0,04 \text{ м} = 4 \text{ см}.$$

Ответ: $r = 4 \text{ см}.$

26

Шарик движется по окружности радиусом r со скоростью v . Как изменится его центростремительное ускорение, если радиус окружности увеличить в 3 раза, оставив скорость шарика прежней?

Дано:

$$\frac{r_2}{r_1} = 3$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = ?$$

Решение:

Ускорение связано с радиусом окружности и линейной скоростью:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} \\ a_2 = \frac{v_2^2}{r_2} \end{cases}.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \cdot \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: ускорение уменьшится в 3 раза.



ДИНАМИКА

Динамика — раздел механики, посвящённый изучению движения тел под действием приложенных к ним сил. Слово «динамика» происходит от греч. *dynamis* — сила.



ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА

Инертность — физическое свойство, заключающееся в том, что любое тело оказывает сопротивление изменению его скорости (как по модулю, так и по направлению).

Например, летящий теннисный мяч легко остановить или изменить направление его движения, в то же время железнодорожный вагон трудно сдвинуть с места, но если он начнёт двигаться, остановить его будет сложно.

Инерция — явление сохранения состояния движения или покоя при отсутствии внешних воздействий.

Движение по инерции — движение тела, происходящее без внешних воздействий.

Принцип инерции: если на тело не действуют внешние силы, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

✓ Мяч, неподвижно лежавший на полу вагона поезда, движущегося относительно земли, покатился назад против хода поезда. Это произошло в результате того, что скорость поезда относительно земли увеличилась.

Но если в вагоне привязать воздушный шарик, то его движение будет противоположно движению мяча, так как шарик будет двигаться в сторону меньшего давления, созданного перемещением потоков воздуха по инерции.

✓ Если систему отсчёта, связанную с землёй, можно рассматривать как инерциальную, то и система отсчёта, связанная с кораблём, плывущим по прямой с постоянной скоростью, или автобусом, движущимся равномерно и прямолинейно, также будет инерциальной.

Инерциальная система отсчёта — система отсчёта, в которой тело, не взаимодействующее с другими телами, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Системы отсчёта, в которых принцип инерции не выполняется, называются **неинерциальными**.

Понятие инерциальной системы отсчёта является идеализацией, пото-

му что она связана с телом отсчёта, а все тела в природе в большей или меньшей степени взаимодействуют друг с другом.

✓ При резком торможении автобуса пассажира отбрасывает вперёд, в сторону движения. Следовательно, скорость пассажира относительно автобуса изменяется в отсутствие внешних сил. Система отсчёта, связанная с автобусом, является неинерциальной.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Формулировка 1. Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.

Формулировка 2. Существуют инерциальные системы отсчёта, в которых все тела в отсутствие внешних воздействий движутся прямолинейно и равномерно.

Тело движется прямолинейно и равномерно, так как все действующие на него силы скомпенсированы.

Во Вселенной практически невозможно найти тело, не испытывающее внешние воздействия, и непосредственно экспериментально подтвердить первый закон Ньютона. Следует помнить, что при равно-

мерном движении равнодействующая сил и ускорение равны нулю, значит, графики этих величин совпадают с направлением оси Ox .

✓ Рассмотрим случаи движения планет вокруг Солнца, ракеты в космическом пространстве, электронов в трубе кинескопа телевизора, электронов в атоме.

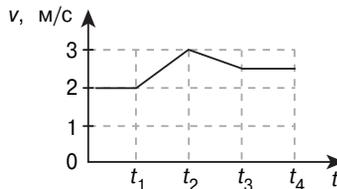
Законы Ньютона нельзя применять при расчёте движения электронов в атоме, так как в этом случае электроны движутся по окружности, то есть движение равноускоренное и систему нельзя считать инерциальной; в остальных случаях тела движутся прямолинейно и равномерно, а значит, подчиняются первому закону Ньютона.



Практические задания

27 На рисунке изображён график зависимости модуля скорости вагона от времени в инерциальной системе отсчёта. В течение каких промежутков времени суммарная сила, действующая на вагон со стороны других тел, равнялась нулю, если вагон двигался прямолинейно?

- 1) $0-t_1, t_3-t_4$
- 2) t_1-t_2, t_2-t_3
- 3) $0-t_4$
- 4) таких промежутков времени нет



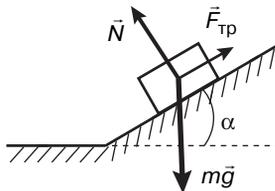
Решение:

По первому закону Ньютона если суммарная сила, действующая на тело со стороны других тел, равна нулю, то тело движется равномерно и прямолинейно. Равномерному движению соответствуют участки $0-t_1$ и t_3-t_4 , где скорость постоянна.

Ответ: 1.

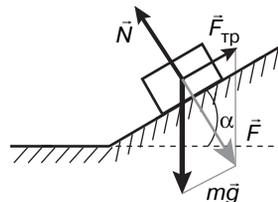
28 Тело массой m скользит по шероховатой наклонной опоре с углом α к горизонту (см. рисунок). На него действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости опоры \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Если скорость тела не меняется, то модуль равнодействующей сил $\vec{F}_{\text{тр}}$ и $m\vec{g}$ равен

- 1) $N \cos \alpha$
- 2) N
- 3) $N \sin \alpha$
- 4) $mg + F_{\text{тр}}$



Решение:

По первому закону Ньютона равнодействующая сил $\vec{F}_{\text{тр}}$ и $m\vec{g}$ есть \vec{F} (см. рисунок), равная по модулю и противоположная по направлению силе упругости опоры \vec{N} .



Ответ: 2.

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ

Принцип относительности Галилея был сформулирован **для любых физических явлений**. Это означает, что при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой математические формулы, описывающие законы механики, не изменяются. Все инерциальные системы

отсчёта равноправны. Это положение было впервые установлено итальянским учёным Г. Галилеем в 1636 г.

Принцип относительности Галилея: во всех инерциальных системах отсчёта законы классической динамики **имеют один и тот же вид**.



Практические задания

29 Известно, что Земля движется относительно Солнца со скоростью 30 км/с. Марс движется вокруг Солнца со скоростью 25 км/с. Если бы существовала марсианская цивилизация, то её закон сохранения механической энергии совпадал бы с земным?

Ответ: если бы существовала марсианская цивилизация, то её учёные установили бы точно такие же законы сохранения механической энергии.

30 Нельзя установить, движется или покоится лаборатория относительно какой-либо инерциальной системы отсчёта, на основании наблюдений, проведённых в лаборатории

- 1) только оптических явлений
- 2) только электрических явлений
- 3) только механических явлений
- 4) любых физических явлений

Решение:

Если лаборатория считается инерциальной системой отсчёта, то она может либо покоиться, либо двигаться равномерно и прямолинейно, а согласно принципу относительности Галилея данное утверждение применимо ко всем физическим явлениям.

Ответ: 4.

МАССА ТЕЛА

Масса тела m — физическая величина, являющаяся мерой инертности тела.

Единица измерения массы — килограмм (**кг**).

Гравитационную (инертную) массу m_1 (или m_2) определяют сравнением её с массой эталонного тела — цилиндра, изготовленного из платиноиридиевого сплава, масса которого принята за 1 кг. Процесс сравнения масс на простых рычажных весах называется взвешиванием.

При взаимодействии (соударении) двух тел **скорость в большей степени** изменяет то тело, **масса которого меньше**. То есть тело, имеющее **большую массу**, является **более инертным**.

✓ Тело на левой чаше весов оказалось уравновешенным, когда на правую чашу положили гири массой 20 г, 1 г, 500 мг, 10 мг. Какова масса взвешиваемого тела?

Ответ: масса взвешиваемого тела $m = 20 \text{ г} + 1 \text{ г} + 500 \text{ мг} + 10 \text{ мг} = 21 \text{ г} 510 \text{ мг}$.

✓ Лодка в момент прыжка мальчика на берег отходит назад почти с такой же скоростью, с какой прыгает мальчик. Что можно сказать о массах лодки и мальчика?

Ответ: поскольку после взаимодействия скорости лодки и мальчика остались одинаковыми, можно сказать, что масса лодки примерно равна массе мальчика.

ПЛОТНОСТЬ ВЕЩЕСТВА

Плотность вещества в твёрдом состоянии обычно больше, чем в жидком, и тем более в газообразном. Исключение составляет вода:

$$\rho_{\text{воды}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{\text{льда}} = 900 \text{ кг/м}^3.$$

Поэтому лёд плавает на поверхности воды. Плотность льда меньше за счёт содержания между молекулами льда молекул воздуха.

Плотность ρ — физическая величина, определяемая для однородного вещества массой его единичного объёма:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где V — объём тела.

Единица измерения плотности — килограмм на метр в кубе (**кг/м³**).



Практические задания

31 При определении плотности вещества ученик измерил массу образца на очень точных электронных весах: $m = 90,00$ г. Объём был измерен с использованием мерного цилиндра: $V = (30 \pm 0,1) \text{ см}^3$. На основе этих измерений можно сказать, что плотность, вероятнее всего, составляет

1) $2,9 \text{ г/см}^3 \leq \rho \leq 3,1 \text{ г/см}^3$

2) $\rho = 3,0 \text{ г/см}^3$

3) $\rho < 2,9 \text{ г/см}^3$

4) $\rho > 3,1 \text{ г/см}^3$

Дано:

$$m = 90,00 \text{ г}$$

$$V = (30 \pm 0,1) \text{ см}^3$$

ρ — ?

Решение:

По формуле плотности

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad \rho = \frac{90,00 \text{ г}}{30 \text{ см}^3} = 3 \text{ г/см}^3.$$

Масса и объём даны с учётом погрешности:

$\Delta m = 0,01$ г, $\Delta V = 0,1 \text{ см}^3$, поэтому следует учитывать, что при умножении и делении величин погрешности складываются, то есть $\Delta \rho = (3 \pm 0,1) \text{ г/см}^3$, или $2,9 \text{ г/см}^3 \leq \rho \leq 3,1 \text{ г/см}^3$.

Ответ: 1.

32 Необходимо собрать экспериментальную установку, с помощью которой можно определить плотность алюминия. Для этого школьник взял стакан с водой и алюминиевый шарик. Какие две позиции из представленного ниже перечня оборудования необходимо дополнительно использовать для проведения этого эксперимента?

1) электронные весы

3) линейка

5) пружина

2) мензурка

4) термометр

Решение:

В соответствии с формулой для определения плотности необходимо

знать массу и объём вещества: $\rho = \frac{m}{V}$.

Массу определяют с помощью весов, а объём можно измерить мензуркой.

Ответ: 1, 2.

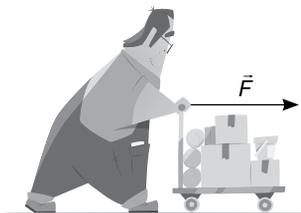
СИЛА

Сила — количественная мера воздействия одного тела на другое.

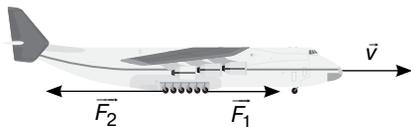
Проявление воздействия меняется в зависимости:

- ▲ от значения силы;
- ▲ направления её действия;
- ▲ точки приложения.

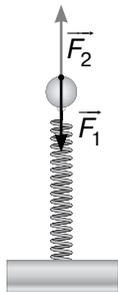
Сила — **векторная** величина.



а) \vec{F} — сила тяги рабочего



б) \vec{F}_1 — сила тяги двигателя, \vec{F}_2 — сила сопротивления воздуха, \vec{v} — скорость самолёта



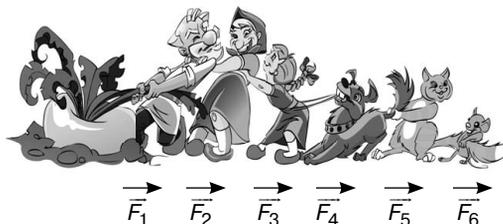
в) \vec{F}_1 — сила тяжести, \vec{F}_2 — сила упругости пружины

Вектор и обозначение силы

Единица измерения силы — ньютон (**Н**).

При воздействии других тел на движущееся тело его скорость может изменяться **не только по модулю**, но и **по направлению**.

Физическая природа взаимодействий может быть различной. Воздействие других тел на рассматриваемое изображается векторами, число которых равно числу воздействующих тел.



Воздействие на тело нескольких тел:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6.$$

Векторы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_4 , \vec{F}_5 , \vec{F}_6 — силы тяги деда, бабу, внуки, Жучки, кошки, мышки; $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6$ — равнодействующая всех сил

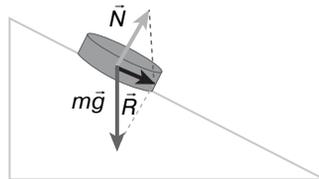
Равнодействующая нескольких сил — сила, эквивалентная данной системе сил, то есть сила, вызывающая такое же механическое воздействие на рассматриваемое тело, что и система сил.

Результат равнодействующей силы определил И. А. Крылов в басне «Лебедь, рак и щука»: «А воз и ныне там!», то есть равнодействующая сила персонажей басни эквивалентна отсутствию действия.

■ Принцип суперпозиции сил

Равнодействующая сила равна **векторной сумме всех сил**, приложенных к материальной точке.

Равнодействующая сила находится по правилу параллелограмма (см. рисунок).



Равнодействующая сила:

$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, $\vec{R} = m\vec{g} + \vec{N}$ — равнодействующая этих сил



Практические задания

33 На тело, находящееся на горизонтальной плоскости, действуют три горизонтальные силы (рис. а). Каков модуль равнодействующей этих сил, если $F_1 = 1$ Н? Ответ округлите до десятых.

Решение:

Сначала найдём равнодействующую сил, направленных вдоль одной прямой, — \vec{F}_1 и \vec{F}_3 .

Из рисунка б видно, что её величина равна:

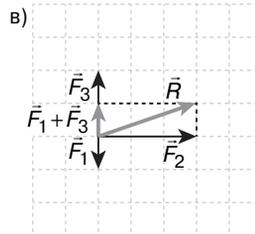
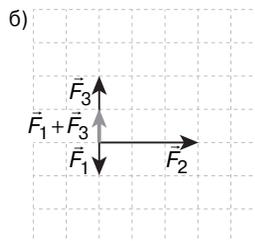
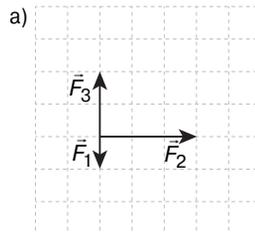
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 1 \text{ Н.}$$

Равнодействующей сил $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ и \vec{F}_2 будет гипотенуза прямоугольного треугольника (рис. в).

Её величина равна:

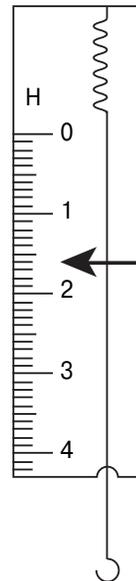
$$|\vec{R}| = \sqrt{(|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|)^2 + (|\vec{F}_2|)^2} = \sqrt{(1 \text{ Н})^2 + (3 \text{ Н})^2} = \sqrt{10 \text{ Н}^2} \approx 3,2 \text{ Н.}$$

Ответ: $R = 3,2$ Н.



34

Ученик измерял силу тяжести, действующую на груз. Показания динамометра приведены на рисунке. Погрешность измерения равна цене деления динамометра. Запишите показания динамометра.



Решение:

Цена деления прибора равна отношению первого значения шкалы F от нуля к числу делений N между этими значениями:

$$C = \frac{F}{N} = \frac{1\text{Н}}{10} = 0,1\text{Н}.$$

При данном условии погрешность измерения равна цене деления динамометра.

Показание динамометра: $F = 1,6\text{Н}$.

С учётом погрешности показания динамометра следует записать в виде:

$$F = (1,6 \pm 0,1)\text{Н}, \text{ или } 1,5\text{Н} \leq F \leq 1,7\text{Н}.$$

Ответ: $(1,6 \pm 0,1)\text{Н}$.

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Формулировка 1. В инерциальной системе отсчёта ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на тело сил и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n}{m},$$

где \vec{a} — ускорение тела, $\sum \vec{F}$ —

равнодействующая сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots \vec{F}_n$, действующих на тело, m — масса тела.

Формулировка 2. Произведение массы тела и его ускорения равно векторной сумме всех действующих на него сил:

$$m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n.$$

✓ На тело массой m действует равнодействующая сила F . Какую величину можно определить по этим данным?

Ответ: по второму закону Ньютона можно определить ускорение тела

$$a = \frac{F}{m}.$$

Формулировка 3. Импульс силы равен изменению импульса тела:

$$\Sigma \vec{F} \cdot t = \Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v},$$

где $\Sigma \vec{F}$ — равнодействующая сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots \vec{F}_n$, действующих на тело, t — время действия силы, $\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ — изменение импульса тела (см. раздел «Импульс материальной точки», с. 88).

✓ Какие из величин (скорость, сила, ускорение, перемещение) при механическом движении всегда совпадают по направлению?

Ответ: согласно второму закону Ньютона, по направлению совпадают сила и ускорение.



Практические задания

35 Автомобиль массой 500 кг, разгоняясь с места равноускоренно, достиг скорости 20 м/с за 10 с. Найдите равнодействующую всех сил, действующих на автомобиль.

Дано:

$m = 500$ кг
 $v_0 = 0$
 $v = 20$ м/с
 $t = 10$ с
 $F = ?$

Решение:

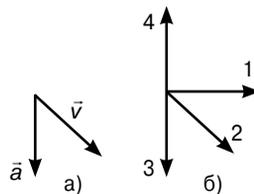
Используем формулировку 3 для вычисления равнодействующей всех сил:

$$\vec{F} \cdot t = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (v - v_0), \text{ откуда } F = \frac{m \cdot (v - v_0)}{t}.$$

$$F = \frac{500 \text{ кг} \cdot (20 \text{ м/с} - 0)}{10 \text{ с}} = 1000 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 1000$ Н.

36 На рисунке а представлены направления векторов скорости \vec{v} и ускорения \vec{a} мяча в инерциальной системе отсчёта. Какое из представленных на рисунке б направлений имеет вектор равнодействующей всех сил \vec{F} , приложенных к мячу?



- | | |
|------|------|
| 1) 1 | 3) 3 |
| 2) 2 | 4) 4 |

Решение:

По второму закону Ньютона вектор равнодействующей всех сил \vec{F} , приложенных к мячу, сонаправлен вектору ускорения.

Ответ: 3.

- 37 В инерциальной системе отсчёта некоторая сила сообщает телу массой 8 кг ускорение 5 м/с². Какое ускорение в той же системе отсчёта сообщит та же сила телу массой 5 кг?

Дано:

$$m_1 = 8 \text{ кг}$$

$$a_1 = 5 \text{ м/с}^2$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$m_2 = 5 \text{ кг}$$

$$a_2 \text{ — ?}$$

Решение:

По второму закону Ньютона

$$F = m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2.$$

Отсюда:

$$a_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot a_1.$$

$$a_2 = \frac{8 \text{ кг}}{5 \text{ кг}} \cdot 5 \text{ м/с}^2 = 8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_2 = 8 \text{ м/с}^2$.

ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА ДЛЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Третий закон Ньютона. Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$



Равенство сил действия и противодействия при столкновении двух одинаковых шаров:

\vec{F}_{12} — сила, действующая со стороны второго шара на первый;

\vec{F}_{21} — сила, действующая со стороны первого шара на второй

Формулировка Ньютона: «Любой действию всегда препятствует равное и противоположное противодействие». Этот закон применим не только для механики. Например, электрические шарики притягиваются с равными по модулю и противоположными по направлению силами.

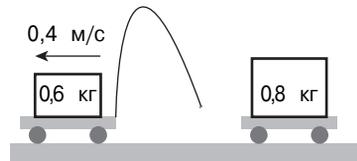
✓ Земля притягивает к себе подброшенный камень с силой 8 Н. С какой силой этот камень притягивает к себе Землю?

Ответ: согласно третьему закону Ньютона, камень притягивает к себе Землю с такой же силой — 8 Н.



Практические задания

38 После пережигания соединяющей нити первая тележка, масса которой равна 0,6 кг, стала двигаться со скоростью 0,4 м/с (см. рисунок). С какой по модулю скоростью начала двигаться вторая тележка, масса которой равна 0,8 кг?



Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 0,6 \text{ кг} \\ v_1 &= 0,4 \text{ м/с} \\ m_2 &= 0,8 \text{ кг} \\ v_2 &= ? \end{aligned}$$

Решение:

По третьему закону Ньютона $F_1 = F_2$ ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$), где \vec{F}_1 — сила, действующая на первую тележку со стороны второй, \vec{F}_2 — сила, действующая со стороны первой тележки на вторую, причём по второму закону Ньютона $F_1 = m_1 \cdot a_1$, $F_2 = m_2 \cdot a_2$.

Тогда

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2, \text{ или } m_1 \cdot \frac{v_1 - v_{10}}{t} = m_2 \cdot \frac{v_2 - v_{20}}{t},$$

где $v_{10} = v_{20} = 0$ — начальные скорости тележек.

Тогда

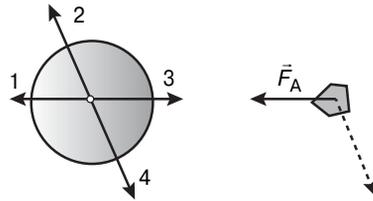
$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2, \text{ откуда } v_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot v_1.$$

$$v_2 = \frac{0,6 \text{ кг}}{0,8 \text{ кг}} \cdot 0,4 \text{ м/с} = 0,3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 0,3 \text{ м/с}$.

- 39 Мимо Земли летит астероид в направлении, обозначенном на рисунке пунктирной стрелкой. Вектор \vec{F}_A показывает силу притяжения астероида Землёй. Вдоль какой стрелки (1, 2, 3 или 4) направлена сила, действующая на Землю со стороны астероида?

- 1) вдоль стрелки 1
- 2) вдоль стрелки 2
- 3) вдоль стрелки 3
- 4) вдоль стрелки 4



Решение:

По третьему закону Ньютона сила, действующая на Землю со стороны астероида, противоположна по направлению и равна по модулю силе притяжения астероида Землёй.

Ответ: 3.

- 40 Кубик массой $m=1$ кг, сжатый с боков пружинами (см. рисунок), покоится на гладком горизонтальном столе. Первая пружина сжата на 4 см, вторая — на 3 см. Жёсткость первой пружины $k_1=600$ Н/м. Чему равна жёсткость второй пружины k_2 ?

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$x_1 = 0,04 \text{ м}$$

$$x_2 = 0,03 \text{ м}$$

$$k_1 = 600 \text{ Н/м}$$

$$k_2 \text{ — ?}$$

Решение:

По третьему закону Ньютона

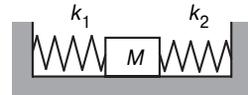
$$F_1 = F_{\text{тр}}, \quad F_{\text{тр}} = F_2,$$

где F_1 — сила упругости со стороны первой пружины, $F_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая на тело, F_2 — сила упругости со стороны второй пружины. Значит, $F_1 = F_2$, или по закону Гука $k_1 \cdot x_1 = k_2 \cdot x_2$, откуда

$$k_2 = k_1 \cdot \frac{x_1}{x_2}.$$

$$k_2 = 600 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \frac{0,04 \text{ м}}{0,03 \text{ м}} = 800 \text{ Н/м}.$$

Ответ: $k_2 = 800$ Н/м.



ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Слово «гравитация» происходит от латинского слова *gravitas* — вес, тяжесть. Свободное падение тел на Землю объясняется наличием их притяжения к Земле. Закон был открыт И. Ньютоном в 1666 г.

Закон всемирного тяготения. Между двумя любыми материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек, обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними, направленная вдоль прямой, соединяющей материальные точки:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

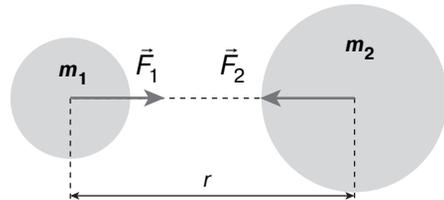
где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \frac{\text{М}^2}{\text{кг}^2}$ — гравита-

ционная постоянная (коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел), m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел, r — расстояние между ними.

Гравитационная постоянная численно равна силе гравитационного притяжения двух тел массой по 1 кг каждое, находящихся на расстоянии 1 м одно от другого.



Действие гравитационных сил становится заметным лишь при очень больших массах — порядка 10^6 кг. Именно эти силы удерживают планеты на своих орбитах при движении вокруг Солнца.

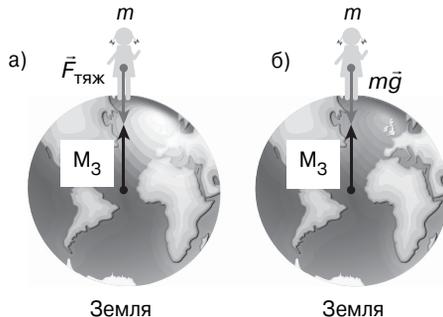


Силы всемирного тяготения, действующие на два взаимодействующих тела:

\vec{F}_1 и \vec{F}_2 — силы взаимодействия, m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел, r — расстояние между ними

■ Сила тяжести

Сила тяжести — гравитационная сила, действующая на любое тело со стороны планеты Земля.



$\vec{F}_{\text{тяж}}$ — сила тяжести, m — масса тела, M_3 — масса Земли:

а) сила тяжести, действующая на тело массой m со стороны планеты Земля;

б) силу тяжести принято обозначать формулой $m\vec{g}$



В обозначении силы тяжести (см. рисунок б) знак вектора (стрелку) следует ставить только над векторной величиной — ускорением.

Для тел массой m , расположенных близко к поверхности Земли, установлено, что сила притяжения примерно равна:

$$F_{\text{тяж}} = m \cdot \left(G \cdot \frac{M_3}{R_3^2} \right) = m \cdot g,$$

где m — масса тела,

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравитационная

постоянная, $M_3 \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ —

масса Земли, $R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ — ра-

диус Земли, $g \approx G \cdot \frac{M_3}{R_3^2} \approx 6,67 \times$

$\times 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^2} \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ —

ускорение свободного падения.

✓ Спортсмен совершает прыжок с шестом. Сила тяжести действует на спортсмена:

- 1) только когда он разбегается;
- 2) только когда он сгибает шест в начале прыжка;
- 3) только когда он падает вниз после преодоления планки;
- 4) во всех трёх случаях.

Ответ: 4.



При решении задач ускорение свободного падения принимают равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

■ Зависимость силы тяжести от высоты H над поверхностью планеты радиусом R_0

При удалении от поверхности Земли сила тяжести и ускорение свободного падения **уменьшаются**.

Если тело находится на расстоянии h от поверхности Земли, то силу тяжести следует вычислять по формуле:

$$F_{\text{тяж}} = G \cdot \frac{m \cdot M_3}{(R_0 + h)^2} = m \cdot g,$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравита-

ционная постоянная, m — масса тела, M_3 — масса планеты Земля, R_0 — радиус Земли, $g \approx G \times$

$\times \frac{M_3}{(R_0 + h)^2}$ — ускорение свободного

падения на расстоянии h от поверхности Земли.



Практические задания

41

Мяч массой 300 г брошен под углом 60° к горизонту с начальной скоростью 20 м/с. Чему равен модуль силы тяжести, действующей на мяч в верхней точке траектории?

Дано:

$$m = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v = 20 \text{ м/с}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_{\text{тяж}} \text{ — ?}$$

Решение:

Сила тяжести действует на мяч на протяжении всего полёта (как и в верхней точке траектории) и равна:

$$F_{\text{тяж}} = m \cdot g.$$

$$F_{\text{тяж}} = 0,3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 3 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{\text{тяж}} = 3 \text{ Н}.$

42

Искусственный спутник обращается по круговой орбите на высоте 600 км от поверхности планеты. Радиус планеты равен 3400 км, ускорение свободного падения на поверхности планеты равно 4 м/с². Найдите ускорение свободного падения на указанной высоте.

Дано:

$$h = 600 \text{ км} = 6 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$R_0 = 3400 \text{ км} = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g \approx 4 \text{ м/с}^2$$

$$g \text{ — ?}$$

Решение:

Ускорение свободного падения, с которым движется тело вблизи поверхности планеты массой M и радиусом R_0 , равно:

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R_0^2}.$$

Ускорение свободного падения, с которым движется тело на высоте h над поверхностью планеты:

$$g = G \cdot \frac{M}{(R_0 + h)^2}.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{g}{g_0} = \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2, \text{ откуда } g = \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2 \cdot g_0.$$

$$g = \left(\frac{3,4 \cdot 10^6 \text{ м}}{3,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 6 \cdot 10^5 \text{ м}} \right)^2 \cdot 4 \text{ м/с}^2 = 2,89 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $g = 2,89 \text{ м/с}^2.$

ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Все тела, брошенные с поверхности Земли с некоторой начальной скоростью, падают на Землю вследствие притяжения к Земле. Но при этом планеты не падают на Солнце, а спутники не падают на планеты. Тело становится **спутником** (обрабатывается по траектории, близкой к круговой), если центростремительное ускорение тела равно ускорению свободного падения на планете, то есть

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R_0} = g,$$

$$\text{откуда } v = \sqrt{g \cdot R_0},$$

где R_0 — радиус планеты, g — ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты, v — скорость спутника.

■ Первая космическая скорость

Первая космическая (круговая) скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела), чтобы тело могло двигаться вокруг Земли (или небесного тела) по круговой орбите.

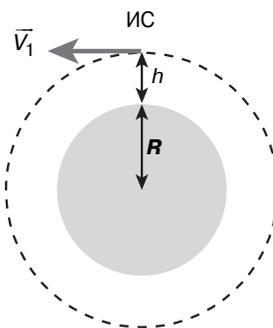
Для планеты Земля первая космическая скорость равна:

$$v_1 = \sqrt{g \cdot R_3} = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7900 \text{ м/с} = 7,9 \text{ км/с},$$

где $R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ — радиус Земли, $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

С увеличением высоты орбиты круговая скорость уменьшается.

С увеличением скорости изменяется траектория движения спутника.



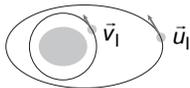
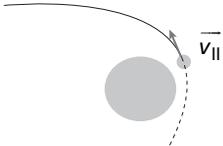
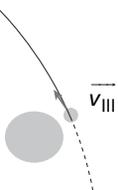
Движение искусственного спутника вблизи планеты:

\vec{v}_1 — скорость искусственного спутника, ИС — искусственный спутник, R — радиус планеты, h — высота над поверхностью планеты



Средняя скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца равна 108 000 км/ч, а средняя скорость движения Солнца по своей орбите составляет 782 000 км/ч. Смена времён года объясняется углом наклона земной оси к направлению движения, а не изменением расстояния до Солнца, так как именно постоянство наклона Земли к плоскости своей орбиты обеспечивает различную освещённость участков Земли при движении вокруг светила.

Зависимость траектории спутника от скорости его движения

Скорость спутника	Траектория спутника
<p>Первая космическая скорость: $v_1 = 7,9 \text{ км/с}$.</p> <p>Чем больше скорость спутника, тем более вытянута траектория (эллипс)</p>	<p>Окружность или эллипс (траектория, близкая к окружности).</p>  <p>\vec{v}_1 и \vec{u}_1 — первые космические скорости разных тел, причём $v_1 < u_1$</p>
<p>Вторая космическая скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли (или небесного тела). При такой скорости тело способно удалиться от Земли на бесконечно большое расстояние.</p> <p>Вторая космическая скорость:</p> $v_{II} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_0} = 11\,200 \text{ м/с} = 11,2 \text{ км/с}$	<p>Парабола</p>  <p>\vec{v}_{II} — вторая космическая скорость</p>
<p>Третья космическая скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Солнца.</p> <p>При такой скорости тело способно вырваться за пределы Солнечной системы.</p> <p>Третья космическая скорость:</p> $v_{III} = 16\,700 \text{ м/с} = 16,7 \text{ км/с}$	<p>Гипербола приближается к прямой линии.</p>  <p>\vec{v}_{III} — третья космическая скорость</p>



Практические задания

43 В результате перехода с одной круговой орбиты на другую скорость движения искусственного спутника Земли увеличивается. Как изменяются в результате этого перехода радиус орбиты спутника и его центростремительное ускорение? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения и подберите к каждой букве соответствующую цифру.

- | | |
|----------------------------------|------------------|
| А) радиус орбиты | 1) увеличивается |
| Б) центростремительное ускорение | 2) уменьшается |
| | 3) не изменяется |

Решение:

Имеем: при вращательном движении скорость движения тела увеличивается: $v \uparrow$.

Центростремительное ускорение связано с линейной скоростью формулой: $a = \frac{v^2}{R}$.

Следует учесть, что по условию радиус вращения также изменяется, при этом связь между радиусом и ускорением, сообщаемым спутнику силой притяжения: $a = g = G \frac{m}{R^2} \sim \frac{k}{R^2}$ (G — гравитационная постоянная, m — масса спутника), то есть ускорение обратно пропорционально квадрату радиуса.

Объединяя условия, выявим связь скорости с радиусом: $\frac{v^2}{R} \sim \frac{k}{R^2}$, откуда: $v \sim \frac{k}{\sqrt{R}}$.

При увеличении скорости движения искусственного спутника радиус орбиты уменьшается.

Тогда ускорение $a = \frac{v^2}{R} \sim \frac{k^2}{R \cdot R} \sim \frac{k^2}{R^2}$ увеличивается.

Ответ: А — 2; Б — 1.

- 44 Искусственный спутник обращается по круговой орбите на высоте 600 км от поверхности планеты. Радиус планеты равен 3400 км, ускорение свободного падения на поверхности планеты равно 4 м/с^2 . Какова скорость движения спутника по орбите?

Дано:

$$h = 600 \text{ км} = 6 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$R_0 = 3400 \text{ км} = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g_0 \approx 4 \text{ м/с}^2$$

$v = ?$

Решение:

Скорость спутника на высоте h над поверхностью планеты:

$$v = \sqrt{g \cdot (R_0 + h)}.$$

Ускорение свободного падения обратно пропорционально расстоянию от планеты радиусом R_0 :

$$g_0 = \frac{k}{R_0^2} \text{ и } g = \frac{k}{(R_0 + h)^2}.$$

Тогда $\frac{g}{g_0} = \left(\frac{R_0}{R_0+h}\right)^2$, откуда $g = \left(\frac{R_0}{R_0+h}\right)^2 \cdot g_0$.

Подставляя полученное выражение в формулу для вычисления скорости, имеем:

$$v = \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_0+h}\right)^2 \cdot g_0 \cdot (R_0+h)} = R_0 \cdot \sqrt{\frac{g_0}{R_0+h}}$$

$$v = 3,4 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \sqrt{\frac{4 \text{ м/с}^2}{3,4 \cdot 10^6 \text{ м} + 6 \cdot 10^5 \text{ м}}} = 3,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 3,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

ДЕФОРМАЦИЯ

Деформацией называют изменение формы, размеров или объёма тела.

Деформация может быть вызвана действием на тело приложенных к нему внешних сил.

Деформации, полностью исчезающие после прекращения действия на тело внешних сил, называют упругими, а деформации, сохраняющиеся и после того, как внешние силы перестали действовать на тело, — пластическими.

При деформации возникает сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела.

Эта сила является следствием электромагнитного взаимодействия между атомами и молекулами вещества.

■ Сила упругости и её виды

Упругость — свойство тел изменять форму и размеры под действием внешних сил и самопроизвольно восстанавливать исходную конфигурацию при прекращении воздействий.

Сила, возникающая в теле при упругой деформации и направленная против вызываемого деформацией смещения частиц тела, называется **силой упругости**.

Сила упругости зависит от изменения расстояния между частями одного и того же тела, а также от жёсткости пружины. Чем больше деформация тела, тем больше сила упругости.

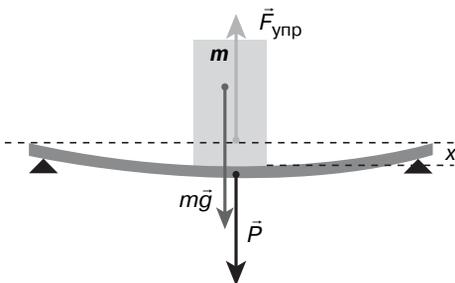
Сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ — сила, возникающая при деформации тела (пружина, трос и др.) и восстанавливающая первоначальные размеры и форму тела при прекращении внешнего воздействия:

$$F_{\text{упр}x} = -k \cdot x,$$

где k — коэффициент жёсткости или просто жёсткость пружины (единица измерения — Н/м), x — растяжение (сжатие) пружины или нити (единица измерения — м).

Знак «—» показывает, что сила упругости всегда направлена противоположно деформации тела.

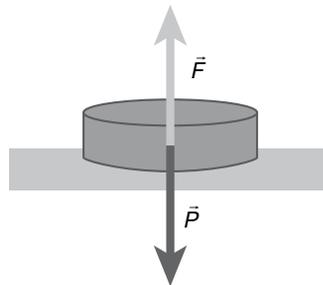
Сила упругости, как и все силы, измеряется в ньютонах (**Н**).



Действие силы упругости:

$m\vec{g}$ — сила тяжести, действующая на брусок массой m , \vec{P} — сила, действующая на перекладину вследствие воздействия силы тяжести и вызывающая деформацию x , $\vec{F}_{\text{упр}}$ — противодействующая сила — сила упругости

Сила нормальной реакции опоры — сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно её поверхности.



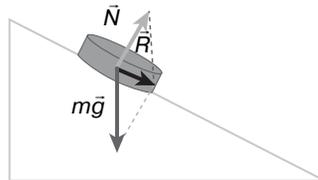
Сила реакции на горизонтальной поверхности: \vec{P} — вес тела — сила, действующая на опору или подвес вследствие действия силы тяжести (см. раздел «Различия силы тяжести и веса тела», с. 60), \vec{F} — сила реакции опоры (общепринятое обозначение — \vec{N})

Равнодействующая этих сил равна нулю.

Сила реакции опоры — один из видов **силы упругости**.

Из определения веса тела (вес — это сила, действующая со стороны тела на опору или подвес) сила реакции опоры противодействует весу тела, то есть это сила, действующая на тело со стороны опоры.

При движении тела с ускорением сила реакции опоры меняется.



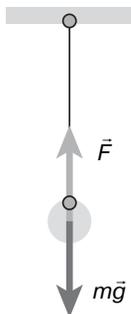
Равнодействующая сила:

$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, $\vec{R} = m\vec{g} + \vec{N}$ — равнодействующая этих сил

$\vec{R} = m\vec{g} + \vec{F}$ — равнодействующая сила не равна нулю, то есть при отсутствии других сил тело будет двигаться вниз по наклонной плоскости.

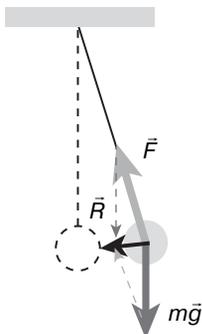
Особые случаи силы реакции опоры

Сила натяжения — сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины.



Сила натяжения нити в положении равновесия: $m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{F} — сила натяжения, общепринятое обозначение — \vec{T}

Равнодействующая этих сил равна нулю.



Сила натяжения нити при отклонении от положения равновесия: $m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{F} — сила натяжения

$\vec{R} = m\vec{g} + \vec{F}$ — равнодействующая сила не равна нулю, то есть при отсутствии других сил тело будет двигаться к положению равновесия.

■ Закон Гука

Закон Гука связывает **модуль силы упругости и удлинение**: модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению Δl :

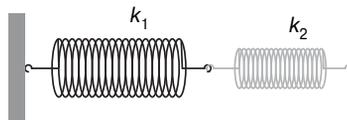
$$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta l,$$

где k — жёсткость пружины, Δl имеет тот же смысл, что и Δx , — растяжение (сжатие), то есть в задачах могут встречаться три обозначения одной величины «растяжение»: Δl , Δx , x .

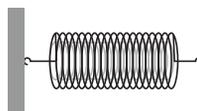
■ Расчёт коэффициента жёсткости двух пружин

Последовательное соединение

Имеем две пружины с коэффициентами жёсткости k_1 и k_2 .



Рассчитаем коэффициент жёсткости пружины, которая может заменить эти две пружины, если они соединены последовательно.

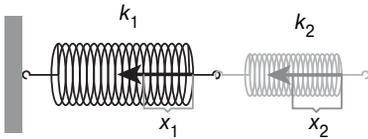


Представим, что мы потянули за концы этих пружин: каждая из них удлинилась на x_1 и x_2 соответственно.

Общее удлинение (деформация) будет равно:

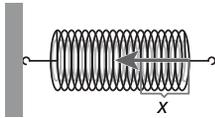
$$x = x_1 + x_2;$$

$$F = k_1 x_1 = k_2 x_2.$$



Силы равны между собой по третьему закону Ньютона, так как с этими силами пружины действуют друг на друга в точке соединения. Поэтому мы можем заменить эти две пружины на одну, которая растянута на x и создаёт силу:

$$F = k_{\text{общ}} \cdot x = k_1 x_1 = k_2 x_2.$$



Отсюда получаем:

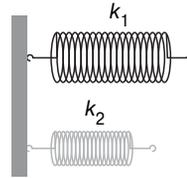
$$x_1 = \frac{F}{k_1}, \quad x_2 = \frac{F}{k_2}.$$

$$k_{\text{общ}} = \frac{F}{x_{\text{общ}}} = \frac{F}{x_1 + x_2} = \frac{F}{\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}}, \text{ или}$$

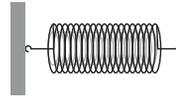
$$\frac{1}{k_{\text{общ}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}.$$

Параллельное соединение

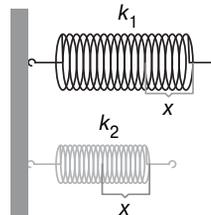
Имеем две пружины с коэффициентами жёсткости k_1 и k_2 .



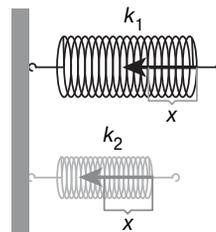
Рассчитаем коэффициент жёсткости пружины, которая может заменить эти две пружины, если они соединены параллельно.



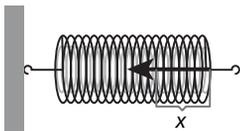
Представим, что мы потянули за концы этих пружин: каждая из них удлинилась на x .



В каждой из них возникнут силы упругости $k_1 x$ и $k_2 x$, которые приложены в одной точке.



Поэтому мы можем заменить эти две пружины на одну, которая растянута на x и создаёт силу $(k_1 + k_2) \cdot x$.



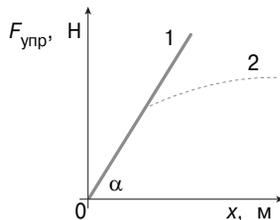
Следовательно,

$$F_{\text{общ}} = (k_1 + k_2) \cdot x = k_{\text{общ}} \cdot x.$$

Отсюда получаем: $k_{\text{общ}} = k_1 + k_2$.

■ Закон Гука при больших и малых деформациях

Закон Гука справедлив только при малых (то есть при упругих) деформациях, при больших деформациях тело разрушается.



Графическая интерпретация закона Гука:

$F_{\text{упр}}$ — сила упругости, возникающая в теле при деформации x , 1 — при упругой деформации, 2 — при пластической деформации (нарушение закона Гука).

По углу наклона α прямой 1 можно оценить коэффициент жёсткости: $\text{tg} \alpha = k = \frac{F_{\text{упр}}}{x}$

■ Динамометр

Как следует из закона Гука, по удлинению пружины можно судить о силе, действующей на неё. Этот факт используется для измерения сил с помощью динамометра — пружины с линейной шкалой, проградуированной в единицах силы. Динамометр применяют для измерения силы тяжести, силы упругости, силы трения и др.



Практические задания

45 В процессе экспериментального исследования жёсткости трёх пружин получены данные, которые приведены в таблице.

Сила (F , Н)	0	10	20	30
Деформация пружины 1 (Δl , см)	0	1	2	3
Деформация пружины 2 (Δl , см)	0	2	4	6
Деформация пружины 3 (Δl , см)	0	1,5	3	4,5

Сравните жёсткость пружин.

Решение:

По закону Гука

$$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta x, \text{ откуда } k = \frac{F_{\text{упр}}}{\Delta x}.$$

Поскольку в таблице для каждой пружины выполняется условие прямой пропорциональности, то для каждой пружины будем брать значения из второго столбца. Единицы измерения должны быть переведены в СИ! Получаем:

$$\text{жёсткость пружины 1: } k_1 = \frac{10 \text{ Н}}{0,01 \text{ м}} = 1000 \text{ Н/м};$$

$$\text{жёсткость пружины 2: } k_2 = \frac{10 \text{ Н}}{0,02 \text{ м}} = 500 \text{ Н/м};$$

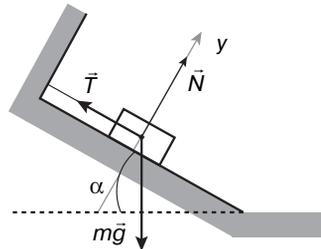
$$\text{жёсткость пружины 3: } k_3 = \frac{10 \text{ Н}}{0,015 \text{ м}} \approx 667 \text{ Н/м}.$$

Ответ: $k_2 < k_3 < k_1$.

46

Тело массой m покоится на гладкой опоре, наклонённой под углом α к горизонту (см. рисунок). На тело действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры \vec{N} , сила натяжения нити \vec{T} . Чему равен модуль проекции равнодействующей сил $m\vec{g}$ и \vec{T} на ось y ?

- 1) $N + mg$
- 2) $mg \cos \alpha$
- 3) $(N + mg) \sin \alpha$
- 4) $mg + T$



Решение:

По первому закону Ньютона (тело покоится) равнодействующая сил равна: $m \cdot \vec{g} + \vec{N} + \vec{T} = 0$.

Значит, модуль силы реакции опоры \vec{N} : $|\vec{N}| = |m \cdot \vec{g} + \vec{T}|$.

$$Oy: |mg_y + T_y| = |-mg \cos \alpha| = mg \cos \alpha.$$

Ответ: 2.

47

В аттракционе человек массой 70 кг движется на тележке по рельсам и совершает мёртвую петлю в вертикальной плоскости. Каков радиус круговой траектории, если в верхней точке сила давления человека на сиденье тележки равна 700 Н при скорости движения тележки 10 м/с? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

Дано:

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$P = N = 700 \text{ Н}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$R = ?$$

Решение:

По третьему закону Ньютона сила \vec{P} давления на сиденье равна по модулю и противоположна по направлению силе упругости \vec{N} , действующей на человека: $|\vec{P}| = |\vec{N}|$.

По второму закону Ньютона при движении по окружности равнодействующая силы тяжести и силы упругости создаёт центростремительное ускорение:

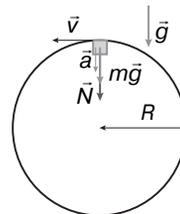
$$m \cdot g + N = m \cdot a, \text{ где } a = \frac{v^2}{R}.$$

Тогда

$$m \cdot g + N = m \cdot \frac{v^2}{R}, \text{ откуда } R = \frac{v^2}{g + \frac{N}{m}}.$$

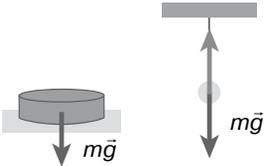
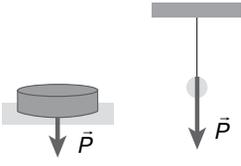
$$R = \frac{(10 \text{ м/с})^2}{10 \text{ м/с}^2 + \frac{700 \text{ Н}}{70 \text{ кг}}} = 5 \text{ м}.$$

Ответ: $R = 5 \text{ м}.$



РАЗЛИЧИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ВЕСА ТЕЛА

Сила тяжести	Вес тела
Определение	
Результирующая гравитационная сила, действующая на любое тело со стороны планеты Земля	Суммарная сила упругости тела, действующая при наличии силы тяжести на все опоры, подвесы

Сила тяжести	Вес тела
Природа силы	
Гравитационная сила (притяжение к Земле)	Электромагнитная (сила упругости тела)
Направление	
 <p>$m\vec{g}$ — сила тяжести</p> <p>Направлена к центру Земли</p>	 <p>\vec{P} — вес тела</p> <p>Направлена перпендикулярно опоре или подвесу</p>
Точка приложения	
Приложена к центру тела (см. рисунок выше)	Приложена к поверхности плоскости или концу нити (см. рисунок выше)
На какое тело действует	
Действует на само тело	Действует на поверхность плоскости или конец нити
От чего зависит изменение силы	
Не изменяется вблизи поверхности Земли (незначительные изменения на экваторе и полюсах из-за эллиптической формы Земли)	Изменяется при движении тела с ускорением. Так, при движении в автомобиле вниз (с горы) действие на опору (сиденье) уменьшается, а при подъёме вверх (в гору) увеличивается
Формула для вычисления силы	
$\vec{F}_{\text{тяж}} = m \cdot \vec{g},$ <p>где m — масса тела, \vec{g} — ускорение свободного падения</p>	$\vec{P} = m \cdot (\vec{g} - \vec{a}),$ <p>где m — масса тела, \vec{g} — ускорение свободного падения, \vec{a} — ускорение, с которым движется тело</p>

ВЕКТОРНАЯ РАЗНОСТЬ

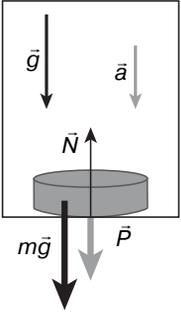
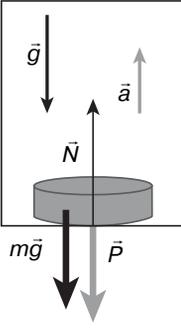
Следует обратить внимание, что в формуле для определения веса тела используется **векторная раз-**

ность. Векторную разность векторов \vec{a} и \vec{b} можно считать суммой векторов \vec{a} и $\vec{\bar{b}}$. Это означает, что при

построении вектор \vec{b} следует брать с направлением, противоположным вектору \vec{a} :

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Применение векторной разности наглядно представляет движение в лифте (лифт движется с ускорением).

Лифт движется с ускорением вниз	Лифт движется с ускорением вверх
 <p>$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{P} — вес тела, \vec{N} — сила реакции опоры, \vec{g} — ускорение свободного падения, \vec{a} — ускорение лифта</p>	 <p>$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{P} — вес тела, \vec{N} — сила реакции опоры, \vec{g} — ускорение свободного падения, \vec{a} — ускорение лифта</p>
Векторная запись второго закона Ньютона для системы	
$\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a}$	
Скалярная запись второго закона Ньютона для системы	
<p>Векторы ускорения направлены в одну сторону, следовательно, векторная разность равна скалярной разности:</p> $P = m \cdot (g - a)$	<p>Векторы ускорения направлены противоположно, следовательно, векторная разность равна скалярной сумме:</p> $P = m \cdot (g + a)$
Следствие: перегрузка и невесомость	
<p>При движении лифта с ускорением вниз сила реакции опоры и вес уменьшаются. При движении тела с ускорением, равным по модулю ускорению свободного падения ($a = g$), вес тела равен нулю:</p> $P = m \cdot (g - g) = 0.$ <p>В результате такого движения возникает невесомость — состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести</p>	<p>При движении лифта с ускорением вверх сила реакции опоры и вес увеличиваются. В результате возникает перегрузка — увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением</p>



- 48 В аттракционе человек массой 70 кг движется на тележке по рельсам и совершает мёртвую петлю в вертикальной плоскости. С какой скоростью двигалась тележка в нижней точке круговой траектории радиусом 5 м, если в этой точке сила давления человека на сиденье тележки была равна 2100 Н? Ускорение свободного падения — 10 м/с^2 .

Дано:

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$R = 5 \text{ м}$$

$$P = 2100 \text{ Н}$$

$$N = P = 2100 \text{ Н}$$

$v = ?$

Решение:

Сила P давления на сиденье по третьему закону Ньютона равна по модулю силе N упругости (силе реакции опоры), действующей на человека:

$$P = N.$$

Согласно второму закону Ньютона:

$$m \cdot a = N - m \cdot g, \text{ откуда } a = \frac{N}{m} - g.$$

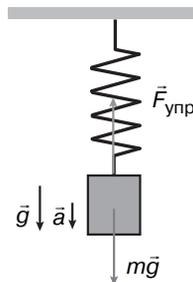
Из кинематических условий центростремительное ускорение равно:

$$a = \frac{v^2}{R}, \text{ откуда } v = \sqrt{a \cdot R} = \sqrt{\left(\frac{N}{m} - g\right) \cdot R}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{2100 \text{ Н}}{70 \text{ кг}} - 10 \text{ м/с}^2\right) \cdot 5 \text{ м}} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 10 \text{ м/с}$.

- 49 Груз массой 200 г подвешен на пружине к потолку неподвижного лифта. Лифт начинает двигаться и в течение 2 с равноускоренно опускается вниз на расстояние 5 м. Каково удлинение пружины при опускании лифта, если её жёсткость 100 Н/м? Движение груза также считать равноускоренным, возникновением колебаний пренебречь.



Дано:

$$m = 0,2 \text{ кг}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$s = 5 \text{ м}$$

$$k = 100 \text{ Н/м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Δx — ?

Решение:

Сила упругости пружины по модулю равна весу тела:

$$|F_{\text{упр}}| = |P|, \text{ причём } \vec{P} = m \cdot (\vec{g} - \vec{a}).$$

При движении вниз (см. рисунок):

$$P = m \cdot (g - a),$$

где $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ — ускорение, с которым движется лифт;

$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta x$ — сила упругости пружины. Тогда

$$k \cdot \Delta x = m \cdot \left(g - \frac{2 \cdot s}{t^2} \right), \text{ откуда } \Delta x = \frac{m}{k} \cdot \left(g - \frac{2 \cdot s}{t^2} \right).$$

$$\Delta x = \frac{0,2 \text{ кг}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} \cdot \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{2 \cdot 5 \text{ м}}{(2 \text{ с})^2} \right) = 1,5 \text{ см.}$$

Ответ: $\Delta x = 1,5 \text{ см.}$

СИЛА ТРЕНИЯ

Сила трения — сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения.

Виды трения

Трение покоя

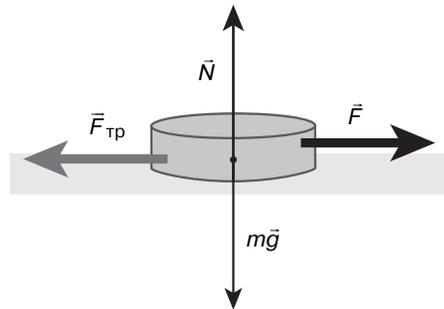
Трение покоя — трение, возникающее при отсутствии относительного перемещения соприкасающихся тел.

Сила трения покоя $F_{\text{тр.п}}$ — сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого:

$$F_{\text{тр.п}} = F \quad (\vec{F}_{\text{тр.п}} = -\vec{F}),$$

где $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, \vec{F} — сила тяги.

Знак «-» показывает, что силы противоположно направлены.



Действие сил на покоящееся тело при наличии трения:

$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, \vec{F} — сила тяги

Сила трения покоя в зависимости от величины силы тяги F (см. рисунок «График силы трения») изменяет своё значение до тех пор, пока тело не начнёт двигаться.

На участке 0—1 тело неподвижно:

$$\begin{cases} 0 < F_{\text{тр.п}} < F_{\text{тр}} \\ F_{\text{тр.п}} = F \end{cases},$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, F — сила тяги.

На участке 1—2 под действием постоянной силы тяги F тело движется прямолинейно и равномерно, при этом силе тяги противодействует сила трения скольжения:

$$\begin{cases} F_{\text{тр}} = F \\ F_{\text{тр}} = \mu \cdot N \end{cases},$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, F — сила тяги, μ — коэффициент трения, N — сила реакции опоры.

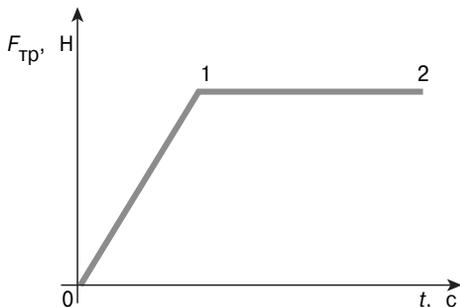


График силы трения:

$F_{\text{тр}}$ — сила трения, t — время движения.

Участок 0—1 — график силы трения покоя.

Участок 1—2 — график силы трения скольжения

Трение скольжения

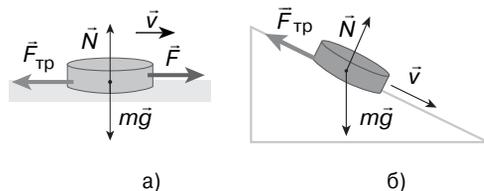
Трение скольжения — трение, возникающее при перемещении (случай поступательного движения) одного тела по поверхности другого.

Сила трения скольжения $F_{\text{тр}}$ — сила трения, возникающая при относительном перемещении (случай поступательного движения) соприкасающихся тел, она равна предельному значению силы трения покоя:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N,$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, μ — коэффициент трения, N — сила реакции опоры.

Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел.



Действие сил на движущееся тело при наличии трения:

а) по горизонтальной поверхности;

б) по наклонной поверхности.

$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, \vec{F} — сила тяги, \vec{v} — скорость тела

Трение качения

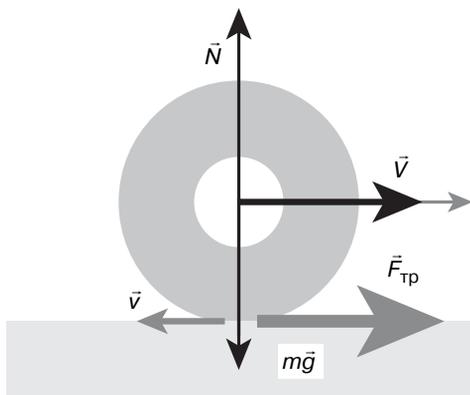
Трение качения — трение, возникающее при перемещении (случай

вращательного движения) одного тела по поверхности другого.

Сила трения качения $F_{\text{тр}}$ — сила трения, возникающая при перемещении (случай вращательного движения) одного тела по поверхности другого:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N,$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, μ — коэффициент трения, N — сила реакции опоры.



Действие сил на катящееся тело при наличии трения:

$m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения качения, \vec{V} — скорость поступательного движения колеса, \vec{v} — скорость точки колеса, соприкасающейся с поверхностью



Максимальная сила трения покоя (сила трения скольжения) не зависит от площади соприкосновения поверхностей, а зависит только от степени гладкости (шероховатости) поверхности и массы тела.

✓ Деревянный брусок массой m , площади граней которого связаны отношением $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 2 : 3$, скользит равномерно по горизонтальной шероховатой опоре, соприкасаясь с ней гранью площадью S_1 , под действием горизонтальной силы. Какова величина этой силы, если коэффициент трения бруска об опору равен μ ?

Ответ: сила трения скольжения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и равна $F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$.

■ Коэффициент трения

Коэффициент трения устанавливает пропорциональность между силой трения и силой нормального давления, прижимающей тело к опоре:

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N},$$

где μ — коэффициент трения, $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения, N — сила реакции опоры.

Коэффициент трения — **безразмерная** величина.

Коэффициент трения является совокупной характеристикой пары материалов, которые соприкасаются, и не зависит от площади соприкосновения тел.



Коэффициент трения точильного камня по стали $\mu = 0,94$, подшипника скольжения по стали $\mu = 0,02$.



Практические задания

50 На горизонтальном полу стоит ящик массой 10 кг. Коэффициент трения скольжения между полом и ящиком равен 0,25. К ящику в горизонтальном направлении прикладывают силу 20 Н. При этом ящик

- 1) останется в покое
- 2) будет двигаться равномерно
- 3) будет двигаться с ускорением 1,5 м/с²
- 4) будет двигаться с ускорением 1 м/с²

Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,25$$

$$F = 20 \text{ Н}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_{\text{тр}} = ?$$

Решение:

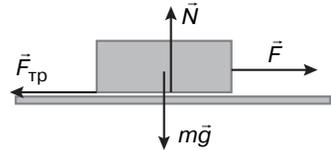
Сравним силу тяги и силу трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g;$$

$$F_{\text{тр}} = 0,25 \cdot 10 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 25 \text{ Н}.$$

Имеем: $F_{\text{тр}} > F$.

Ответ: 1.



51 Груз массой m тянут за нить по горизонтальной шероховатой поверхности. На какое расстояние s переместится груз после обрыва нити, если его скорость в момент обрыва равна v , а коэффициент трения груза о поверхность равен μ ? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

- 1) $\frac{2v^2}{\mu g}$
- 2) $\frac{v^2}{\mu g}$
- 3) $\frac{v^2}{2\mu g}$
- 4) $\frac{4v^2}{\mu g}$

Дано:

$$m$$

$$v$$

$$\mu$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$s = ?$$

Решение:

По второму закону Ньютона после обрыва нити сила трения сообщает телу ускорение:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a, \text{ откуда } a = \mu \cdot g.$$

Груз переместится на расстояние, называемое тормозным путём, которое найдём из кинематической формулы (следует учесть, что конечная скорость равна нулю):

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}.$$

Ответ: 3.

ЗАКОНЫ НЬЮТОНА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Главный вопрос любой задачи: чему равна равнодействующая сила?

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = ?$$

Равна нулю:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = 0,$$

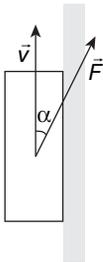
тогда по первому закону Ньютона тело движется равномерно и прямолинейно или покоится.

Не равна нулю:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \neq 0,$$

тогда по второму закону Ньютона тело движется равноускоренно.

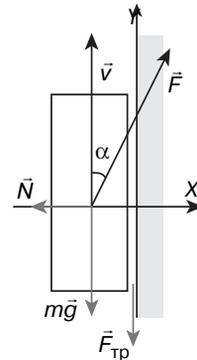
✓ Брусок массой m прижат к вертикальной стене силой F , направленной под углом α к вертикали (см. рисунок). Коэффициент трения между бруском и стеной равен μ . При какой величине силы F брусок будет двигаться по стене вертикально вверх с постоянной скоростью?



Решение:

1. Сделайте рисунок с изображением всех сил, действующих на тело.

Выберите координатные оси. Если заранее известно направление ускорения, то целесообразно направить одну из осей вдоль ускорения,



а вторую (если она требуется) — перпендикулярно ему.

2. Запишите для каждого тела в векторной форме первый закон Ньютона:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

или второй закон Ньютона:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = m \cdot \vec{a}.$$

Поскольку брусок будет двигаться с постоянной скоростью, то применим первый закон Ньютона:

$$\vec{R} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0,$$

где \vec{R} — равнодействующая сила, $m\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{N} — сила реакции опоры, \vec{F} — сила тяги, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения.

3. Найдите проекции всех сил и ускорения (если оно есть) на оси координат.

$$\left(\begin{array}{l|l} mg_x = 0 & mg_y = -mg \\ N_x = -N & N_y = 0 \\ F_x = F \cdot \sin \alpha & F_y = F \cdot \cos \alpha \\ F_{\text{тр}x} = 0 & F_{\text{тр}y} = -F_{\text{тр}} \end{array} \right)$$

4. Запишите закон Ньютона в скалярной форме, заменив векторные величины на их проекции.

$$\begin{cases} -N + F \cdot \sin \alpha = 0 \\ -mg + F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр}} = 0 \end{cases}$$

5. Часто в задаче необходимо использовать формулу силы трения для уменьшения числа переменных.

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N;$$

$$\begin{cases} -N + F \cdot \sin \alpha = 0 \\ -mg + F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N = 0 \end{cases}$$

6. Решая алгебраически систему уравнений, выразите искомые величины.

$$\begin{cases} N = F \cdot \sin \alpha \\ -mg + F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot F \cdot \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

Далее решите второе уравнение отдельно:

$$F \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) = mg;$$

$$F = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha}.$$



Практические задания

52

В первой серии опытов брусок перемещают с помощью нити равномерно и прямолинейно вверх по наклонной плоскости. Во второй серии опытов на бруске закрепили груз, не меняя прочих условий. Как изменятся при переходе от первой серии опытов ко второй сила натяжения нити и коэффициент трения между бруском и плоскостью? Для каждой величины определите соответствующий характер её изменения и подберите к каждой букве соответствующую цифру.

- А) сила натяжения нити
Б) коэффициент трения

- 1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Решение:

По первому закону Ньютона (см. рисунок)

$$m \cdot \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{T} = 0.$$

Из треугольника: $N = m \cdot g \cdot \cos \alpha.$

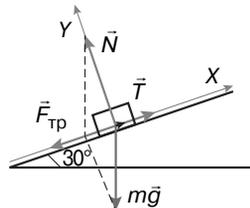
По формуле силы трения $F_{\text{тр}} = \mu \cdot N$, то есть

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

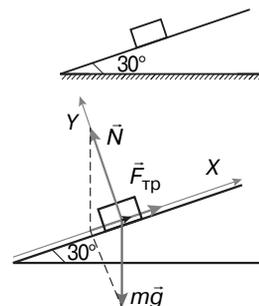
Получается, что силы реакции опоры и трения пропорциональны массе тела; следовательно, и сила натяжения нити тоже пропорциональна массе тела. Значит, если на бруске закрепили груз (увеличив массу тела), то сила натяжения нити увеличится.

Коэффициент трения зависит только от характера поверхности, поэтому он не изменится.

Ответ: А — 1; Б — 3.

**53**

Брусок покоится на наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом. Сила трения покоя равна $0,5 \text{ Н}$. Определите силу тяжести, действующую на тело.

**Дано:**

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$F_{\text{тр}} = 0,5 \text{ Н}$$

$$\mu = 0,4$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_T \text{ — ?}$$

Решение:

По первому закону Ньютона (см. рисунок, где $\vec{F}_T = m \cdot \vec{g}$): $\vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0.$

Значит, сила трения равна векторной сумме сил: $-\vec{F}_{\text{тр}} = \vec{F}_T + \vec{N}.$

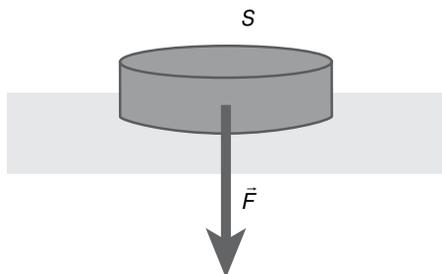
В параллелограмме, построенном на векторах \vec{F}_T и \vec{N} , искомый вектор является диагональю или катетом прямоугольного треугольника с гипотенузой $\vec{F}_T = m \cdot \vec{g}$, тогда

$$F_T = \frac{F_{\text{тр}}}{\sin \alpha}; \quad F_T = \frac{0,5 \text{ Н}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 1 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_T = 1 \text{ Н}.$

ДАВЛЕНИЕ

Действие силы на поверхность тела характеризуется давлением.



Действие силы на поверхность:

\vec{F} — сила давления тела, S — площадь поверхности тела

Давление — величина, равная отношению силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S},$$

где p — давление, F — приложенная сила давления, S — площадь поверхности (площадь опоры тела), единица измерения — метр квадратный (м^2). Давление — величина скалярная, у давления нет направления. Единица измерения давления — паскаль (**Па**).

■ От чего зависит давление

Давление можно увеличивать или уменьшать в зависимости от того, какой результат необходимо получить.

Чем больше площадь поверхности, на которую действует сила, тем меньше будет давление тела на опору.

Например, лыжи имеют большую площадь поверхности, чем подошва обуви, поэтому меньше проваливаются в снег — оказывают меньшее давление.

Большая по значению сила, действующая на ту же площадь, будет оказывать большее давление.

■ Способы изменения давления

Результат действия силы на поверхность зависит:

- ▲ от её величины;
- ▲ направления;
- ▲ точки приложения;
- ▲ площади опоры давящего тела.

Для увеличения давления увеличивают силу давления, уменьшают площадь поверхности тела

Примеры: топор, нож, гвозди, кнопки, иголки, зубы, когти, клювы зверей, шипы, колючки растений, жало осы

Для уменьшения давления уменьшают силу давления, увеличивают площадь поверхности тела

Примеры: фундамент здания, шасси самолёта, широкие шины автомобилей, гусеницы вездеходов, тракторов, лыжи, шайбы под гайки, шпалы под рельсы



Практические задания

54 Книга лежит на столе. Масса книги 0,6 кг. Площадь её соприкосновения со столом 0,08 м². Чему равно давление книги на стол?

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 0,6 \text{ кг} \\ S &= 0,08 \text{ м}^2 \\ g &\approx 10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

p — ?

Решение:

По формуле давления $p = \frac{F}{S}$,

где $F = mg$ — приложенная сила давления, равная силе тяжести, S — площадь поверхности.

$$\text{Тогда } p = \frac{mg}{S}; \quad p = \frac{0,6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,08 \text{ м}^2} = 75 \text{ Па.}$$

Ответ: $p = 75 \text{ Па}$.

55 На какую максимальную высоту может поднимать воду насос, если создаваемый им перепад давления равен 200 кПа?

Дано:

$$\begin{aligned} p &= 200 \text{ 000 Па} \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \\ \rho_{\text{в}} &= 1000 \text{ кг/м}^3 \end{aligned}$$

h — ?

Решение:

Работа по подъёму воды равна потенциальной энергии воды на высоте h :

$$A = E_p = mgh = \rho_{\text{в}} Vgh = \rho_{\text{в}} Shgh = \rho_{\text{в}} gSh^2.$$

При этом работа равна произведению силы на перемещение: $A = Fh = pSh$,

где $F = pS$ — приложенная сила давления, равная силе тяжести, S — площадь поверхности.

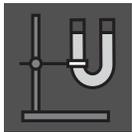
$$\text{Тогда } \rho_{\text{в}} gSh^2 = pSh, \text{ откуда } h = \frac{p}{\rho_{\text{в}} g}.$$

$$h = \frac{200 \text{ 000 Па}}{1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 20 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 20 \text{ м}$.

Пояснение:

Из этой задачи следует, что давление жидкости на дно сосуда можно вычислить по формуле $p = \rho gh$, где ρ — плотность жидкости, $g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, h — глубина водоёма (сосуда).



СТАТИКА

Статика — раздел механики, изучающий равновесие тел — твёрдых, жидких или газообразных, находящихся в состоянии покоя под воздействием внешних сил. Слово «статика» происходит от греч. *statike* — равновесие. В статике формулируются **условия отсутствия движения** даже в том случае, когда на тело действуют силы.

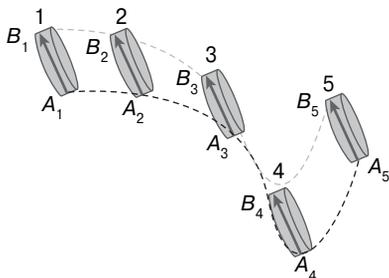


ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Абсолютно твёрдое тело (АТТ) — тело, для которого расстояние между любыми точками можно считать неизменным.

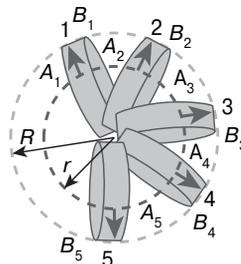
Произвольное движение абсолютно твёрдого тела можно представить как результат сложения двух движений — поступательного и вращательного.

Поступательное движение — это движение тела, при котором все его точки перемещаются одинаково



Пример поступательного движения:
 $A_1 - B_1, A_2 - B_2, A_3 - B_3, A_4 - B_4, A_5 - B_5$ — пара точек одного и того же тела в положениях 1 — 2 — 3 — 4 — 5; тёмная линия — траектория движения точки A , светлая линия — траектория движения точки B

Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения



Пример вращательного движения:
 $A_1 - B_1, A_2 - B_2, A_3 - B_3, A_4 - B_4, A_5 - B_5$ — пара точек одного и того же тела в положениях 1 — 2 — 3 — 4 — 5; тёмная линия — траектория движения точки A (окружность радиусом r), светлая линия — траектория движения точки B (окружность радиусом R)

При поступательном движении вектор, соединяющий две произвольные точки, перемещается параллельно самому себе, не изменяясь по длине.

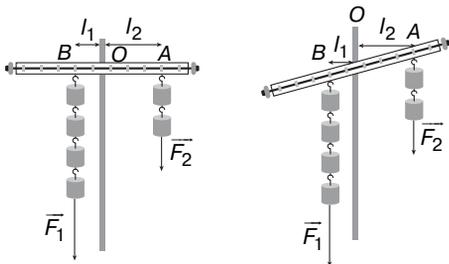
При вращательном движении все точки тела совершают движение по окружностям, центром которых является ось вращения.

МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ ВРАЩЕНИЯ

Центр тяжести тела — точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на частицы тела при любом его положении в пространстве.

■ Плечо силы

Плечо силы — длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения на линию действия силы.



Примеры определения плеча силы:
 l_1 и l_2 — соответственные плечи сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , действующих на рычаг

■ Момент силы

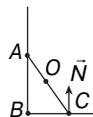
Момент силы M — физическая величина, равная произведению модуля силы на её плечо:

$$M = Fl.$$

Момент силы — величина **скалярная**. Единица измерения — ньютонометр (**Н · м**).

Момент считают положительным, если сила вращает тело относительно выбранной оси против часовой стрелки, отрицательным — если по часовой стрелке.

✓ На рисунке схематически изображена лестница AC, прислонённая к стене. Каков момент силы реакции опоры \vec{N} , действующей на лестницу, относительно точки C?



Ответ: плечо силы \vec{N} — длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения (точка C) на линию действия силы. Поскольку точка C лежит на линии действия силы, то длина перпендикуляра равна нулю: $M = N \cdot 0 = 0$.



Линия плеча силы всегда перпендикулярна силе.



56 При выполнении лабораторной работы ученик установил наклонную плоскость под углом 60° к поверхности стола. Длина плоскости равна $0,6$ м. Каков момент силы тяжести бруска массой $0,1$ кг относительно точки O при прохождении им середины наклонной плоскости?

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$L = 0,6 \text{ м}$$

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

M — ?

Решение:

Сделаем рисунок с обозначением силы тяжести и её плеча.

В прямоугольном треугольнике OAB

по условию гипотенуза $OB = \frac{1}{2}L = 0,3$ м.

Плечо силы OA является катетом, лежащим против угла 30° , а значит, равным половине гипотенузы:

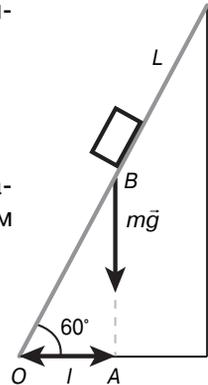
$$l = OA = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2} \cdot 0,3 \text{ м} = 0,15 \text{ м}.$$

Сила тяжести бруска:

$$F = m \cdot g = 0,1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 1 \text{ Н}.$$

Тогда момент силы равен: $M = F \cdot l = 1 \text{ Н} \cdot 0,15 \text{ м} = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Ответ: $M = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{м}.$



57 На рисунке схематически изображена лестница AC , прислонённая к стене. Каков момент силы тяжести \vec{F} , действующей на лестницу, относительно точки C ?

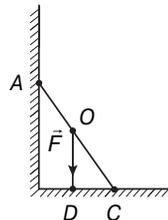
- 1) $F \cdot OC$ 2) $F \cdot OD$ 3) $F \cdot AC$ 4) $F \cdot DC$

Решение:

Плечо силы \vec{F} — длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения (точка C) на линию действия силы (прямая OD), есть длина отрезка CD .

Тогда момент силы F : $M = F \cdot DC.$

Ответ: 4.



УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

■ Условие отсутствия поступательного движения (первый закон Ньютона)

Поступательное движение тела в инерциальной системе отсчёта отсутствует, если векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = 0,$$

где $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$ — равнодействующая сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots \vec{F}_n$, действующих на тело.

■ Условие отсутствия вращательного движения

Вращательное движение твёрдого тела в инерциальной системе отсчёта не возникает, если **алгебраическая сумма моментов** (относительно произвольной оси O) всех сил, действующих на тело, **равна нулю**:

$$\sum M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0.$$

Произвольное движение твёрдого тела является результатом сложения его поступательного и вращательного движения.



Практические задания

58 Плакат массой 8 кг закреплён на опорах с помощью четырёх тросов, составляющих угол 60° с опорой (см. рисунок). Найдите силы натяжения тросов.

Дано:

$$m = 8 \text{ кг}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$T_1 \text{ — ?}$$

$$T_2 \text{ — ?}$$

$$T_3 \text{ — ?}$$

$$T_4 \text{ — ?}$$

Решение:

Сделаем рисунок с обозначением всех сил, действующих на плакат.

Запишем условие статического равновесия в векторной форме:

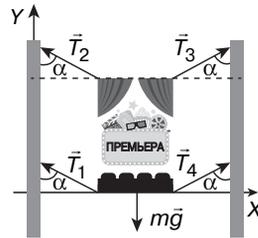
$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = 0.$$

Поскольку нагрузка распределяется равномерно, модули всех сил натяжения равны:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T.$$

Найдём проекции всех сил на оси координат (см. рисунок).

$$\left(\begin{array}{l|l} mg_x = 0 & mg_y = -m \cdot g \\ T_{1x} = -T \cdot \sin \alpha & T_{1y} = T \cdot \cos \alpha \\ T_{2x} = -T \cdot \sin \alpha & T_{2y} = T \cdot \cos \alpha \\ T_{3x} = T \cdot \sin \alpha & T_{3y} = T \cdot \cos \alpha \\ T_{4x} = T \cdot \sin \alpha & T_{4y} = T \cdot \cos \alpha \end{array} \right)$$



Запишем условие статического равновесия в скалярной форме:

$$\begin{cases} -2T \cdot \sin \alpha + 2T \cdot \sin \alpha = 0 \\ -m \cdot g + 4T \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

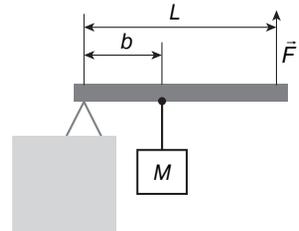
Поскольку первое уравнение является тождеством, решаем отдельно только второе уравнение:

$$4T \cdot \cos \alpha = m \cdot g, \text{ откуда } T = \frac{m \cdot g}{4 \cdot \cos \alpha}.$$

$$T = \frac{8 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{4 \cdot \cos 60^\circ} = 40 \text{ Н}.$$

Ответ: $T = 40 \text{ Н}$.

- 59** Груз массой 100 кг удерживают на месте с помощью рычага, приложив вертикальную силу 350 Н (см. рисунок). Рычаг состоит из шарнира без трения и однородного массивного стержня длиной 5 м. Расстояние от оси шарнира до точки подвеса груза равно 1 м. Чему равна масса стержня?



Дано:

$$M = 100 \text{ кг}$$

$$F = 350 \text{ Н}$$

$$L = 5 \text{ м}$$

$$b = 1 \text{ м}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$m = ?$$

Решение:

Поскольку рычаг имеет массу, то он создаёт момент силы, направленный вниз. Считаем, что сила тяжести приложена к центру масс — середине стержня:

$$M_{mg} = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} L.$$

Момент силы, создаваемой силой тяжести груза, также направлен вниз, а момент силы, создаваемой силой F , направлен вверх.

Условие равенства моментов сил, учитывая направления, должно иметь

$$\text{вид: } M_{mg} + M_{Mg} - M_F = 0, \text{ или } M_{mg} = M_F - M_{Mg},$$

где $M_F = F \cdot L$ — момент силы, создаваемой силой F ,

$M_{Mg} = M \cdot g \cdot b$ — момент силы, создаваемой силой тяжести груза.

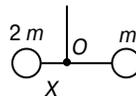
Подставив эти выражения в условие равенства моментов, получим:

$$\frac{1}{2} m \cdot g \cdot L = F \cdot L - M \cdot g \cdot b, \text{ откуда } m = \frac{2 \cdot (F \cdot L - M \cdot g \cdot b)}{g \cdot L}.$$

$$m = \frac{2 \cdot (350 \text{ Н} \cdot 5 \text{ м} - 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \text{ м})}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ м}} = 30 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 30 \text{ кг}$.

60 Два груза массами $2m$ и m закреплены на невесомом стержне длиной L . Чтобы стержень оставался в равновесии, его следует подвесить в точке O , находящейся на расстоянии X от массы $2m$. X равно



- 1) $\frac{L}{3}$ 2) $\frac{L}{6}$ 3) $\frac{L}{4}$ 4) $\frac{2L}{5}$

Дано:

$$m_1 = 2m$$

$$m_2 = m$$

$$l_1 = X$$

$$l_2 = L - X$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$X = ?$$

Решение:

Из условия равновесия твёрдого тела

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2, \text{ или } m_1 \cdot g \cdot l_1 = m_2 \cdot g \cdot l_2,$$

$$m_1 \cdot g \cdot X = m_2 \cdot g \cdot (L - X) \text{ имеем:}$$

$$m_1 X = m_2 L - m_2 X;$$

$$(m_1 + m_2) X = m_2 L;$$

$$X = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L;$$

$$X = \frac{m}{2m + m} \cdot L = \frac{L}{3}.$$

Ответ: 1.

ДАВЛЕНИЕ В ЖИДКОСТИ

■ Сравнение некоторых свойств жидкостей, газов и твёрдых тел

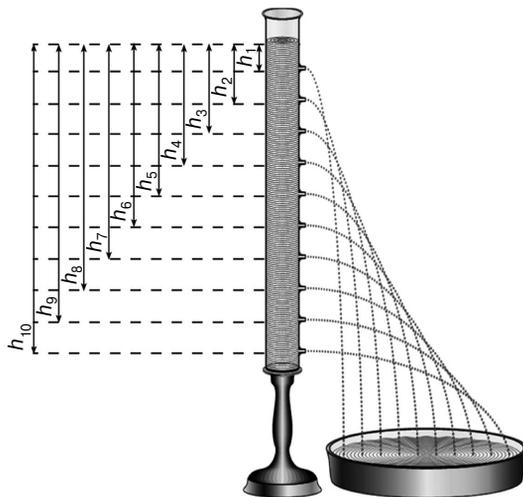
Подвижность молекул	Направление передачи давления
Твёрдое тело	
Молекулы связаны с положением равновесия, только колеблются	Передаётся в направлении действия силы
Жидкость	
Молекулы колеблются около положения равновесия, но иногда совершают перескоки	Передаётся по всем направлениям всем частицам
Газ	
Молекулы подвижны относительно друг друга	Передаётся по всем направлениям всем частицам

■ Гидростатическое давление

В газах и жидкостях существует давление, обусловленное весом. Оно называется **гидростатическим давлением**.

По напору воды (дальности струи) можно видеть, что **чем выше столб жидкости, тем большее давление** она оказывает по всем направлениям.

Давление газа на дно и стенки сосуда (и на помещённое в газ тело) создаётся ударами беспорядочно движущихся молекул газа.



Экспериментальное определение зависимости давления жидкости от уровня (высоты столба) жидкости: $h_1 < h_2 < h_3 \dots < h_{10}$ — разные уровни жидкости

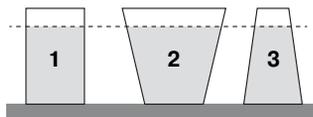
■ Давление в жидкости или газе

Расчётная формула для определения давления жидкости в любой её точке, а также на дно и стенки сосуда:

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

где ρ — плотность жидкости (газа), g — ускорение свободного падения, h — высота столба жидкости.

✓ На рисунке изображены три сосуда с водой. Площади дна сосудов равны. Сравните значения давления p_1 , p_2 и p_3 на дно каждого сосуда.



Ответ: поскольку давление жидкости на дно сосуда равно $p = \rho \cdot g \cdot h$, а высота столба жидкости во всех трёх случаях одинакова, то и давление, оказываемое на поверхность стола, одинаковое.



Практические задания

61 Давление, измеренное на дне озера, равно $4 \cdot 10^5$ Па. Определите глубину озера.

Дано:

$$p = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$h = ?$

Решение:

По формуле давления на глубине жидкости

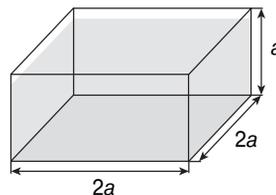
$$p = \rho \cdot g \cdot h, \text{ откуда } h = \frac{p}{\rho \cdot g},$$

где ρ — плотность жидкости (газа), g — ускорение свободного падения, h — высота столба жидкости.

$$h = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ Па}}{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 40 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 40$ м.

62 Аквариум, изображённый на рисунке, доверху наполнили водой. Найдите силу давления воды на дно аквариума. Плотность воды равна ρ . Атмосферное давление не учитывать.



Дано:

$$x = y = 2 \cdot a$$

$$h = a$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$F = ?$

Решение:

По общей формуле давления

$$p = \frac{F}{S}, \text{ откуда } F = p \cdot S,$$

где $S = x \cdot y$ — площадь дна аквариума, то есть соприкасающейся поверхности.

По формуле давления на глубине жидкости

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Подставляя последнюю формулу в выражение для расчёта силы, получим:

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot x \cdot y.$$

$$F = 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot a \cdot 2 \cdot a \cdot 2 \cdot a = 40000 \cdot a^3 \text{ Па.}$$

Ответ: $F = 40\,000 \cdot a^3 \text{ Па.}$

63 Чему примерно равно давление, созданное водой, на глубине 2 м?

- 1) 200 Па
- 2) 2000 Па
- 3) 5000 Па
- 4) 20 000 Па

Дано:

$$h = 2 \text{ м}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$p = ?$

Решение:

По формуле давления на глубине жидкости

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

где ρ (кг/м³) — плотность жидкости (газа);

g (м/с²) — ускорение свободного падения;

h (м) — высота столба жидкости.

$$p = 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \text{ м} = 20000 \text{ Па.}$$

Ответ: 4.

АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ

Земля окружена **атмосферой** — воздушной оболочкой, состоящей из смеси различных газов. **Атмосферное давление** — давление атмосферы на поверхность Земли и находящиеся на ней тела.

Вес 1 м³ воздуха:

$$\rho = 1,29 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \approx 13 \text{ Н.}$$

Атмосферное давление, равное давлению столба ртути высотой 760 мм при температуре 0 °С, называется **нормальным атмосферным давлением**.

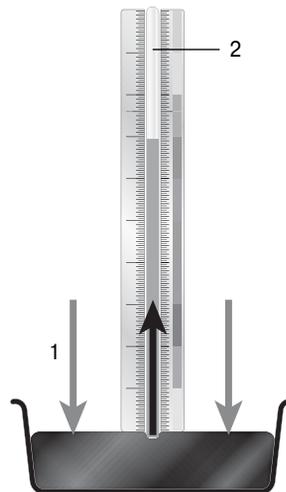
Нормальное атмосферное давление равно: $p_a = 100\,000 \text{ Па} = 10^5 \text{ Па}$.

■ Атмосферное давление на различных высотах

При подъёме на каждые 12 м столбик ртути опускается на 1 мм.



Для измерения атмосферного давления используют **барометры**.



Ртутный барометр (барометр Торричелли): 1 — давление атмосферы, 2 — запаянная трубка

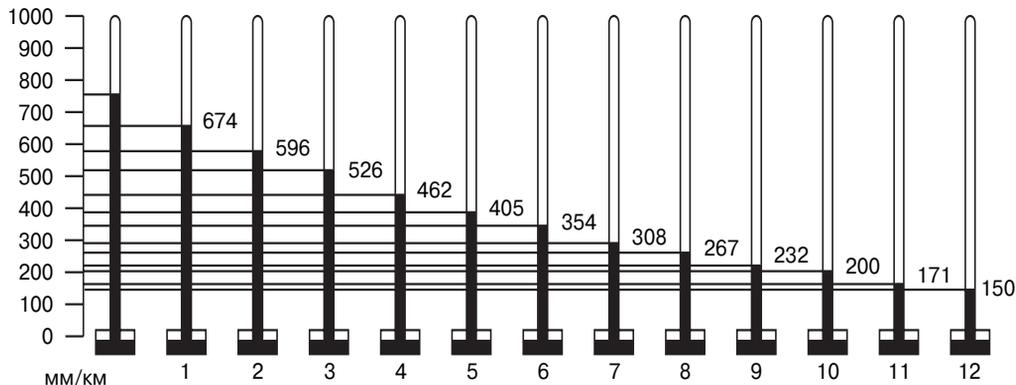


Диаграмма зависимости атмосферного давления (вертикальная ось — в мм) от высоты над уровнем моря (горизонтальная ось — в км)

ЗАКОН ПАСКАЛЯ

Давление жидкости на дно и боковые стенки сосуда зависит **от высоты столба жидкости** (см. раздел «Давление в жидкости или газе», с. 80).

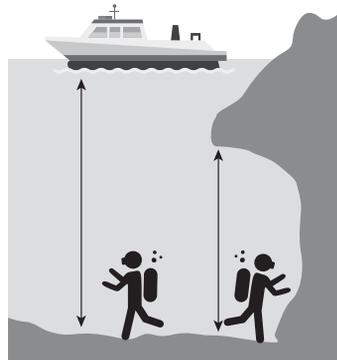
Закон Паскаля. Давление в жидкости или газе передаётся во всех направлениях одинаково и не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует.



■ Следствие закона Паскаля

Казалось бы, давление воды в пещере (см. рисунок) должно быть меньше, чем давление в открытом море. Однако если бы это было так, то под действием большего из

давлений вода из моря устремилась бы в пещеру, и уровень воды в море стал бы понижаться. Следовательно, поскольку вода у входа в пещеру (и в море тоже) остаётся в покое, давление воды в пещере равно давлению воды в открытом море.



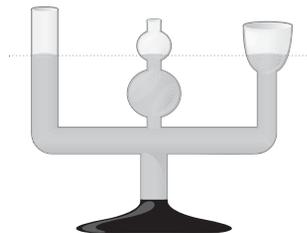
Давление воды на водолаза в открытом море и в пещере

Вывод: вне зависимости от формы и размеров сосуда давление внутри жидкости на одной и той же глубине одинаково.

СООБЩАЮЩИЕСЯ СОСУДЫ

Сосуды, соединённые между собой ниже уровня жидкости, называются сообщающимися.

Закон сообщающихся сосудов. В сосудах любой формы и ширины однородная жидкость устанавливается на одном уровне.



Пример сообщающихся сосудов

Условие равновесия жидкости

Давление жидкостей на дно в сообщающихся сосудах **одинаково**:

$$p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n,$$

где $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$ — давление жидкостей в разных коленах сообщающихся сосудов.

Разнородные жидкости

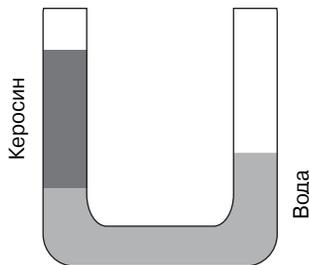
Из условия равновесия для двух жидкостей следует, что

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2,$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности двух жидкостей, h_1 и h_2 — высота столба жидкости в каждом колене соответственно.

Высоты столбов разнородных жидкостей в сообщающихся сосудах **обратно пропорциональны их плотностям**:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$



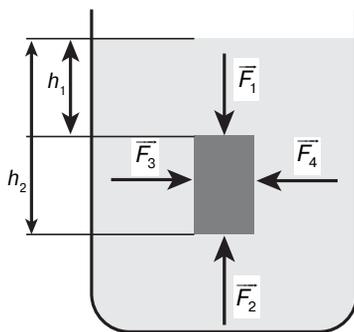
Пример сообщающихся сосудов, наполненных разными жидкостями. В левом колене — керосин, в правом — вода

ЗАКОН АРХИМЕДА

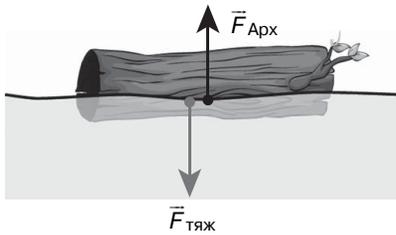
Зависимость давления в жидкости или газе от глубины погружения тела приводит к появлению выталкивающей силы (так называемой силы Архимеда), действующей на любое тело, погружённое в жидкость или газ.

Архимедова сила

Выталкивающая (архимедова) сила направлена всегда противоположно силе тяжести, поэтому вес тела в жидкости или газе всегда меньше веса этого тела в вакууме.



Действие жидкости на погружённое тело: h_1 и h_2 — высота столба жидкости над верхней и нижней гранями тела соответственно, \vec{F}_3 и \vec{F}_4 — силы давления жидкости, действующие на боковые грани, \vec{F}_1 и \vec{F}_2 — силы давления жидкости, действующие на верхнюю и нижнюю грани соответственно



Направление силы Архимеда \vec{F} и силы тяжести $\vec{F}_{ж}$, действующих на бревно, плавающее в воде

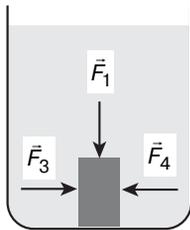
Величина архимедовой силы определяется **по закону Архимеда**:

$F_A = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_T$ или $F_A = m_{ж} \cdot g$, где $\rho_{ж}$ — плотность жидкости, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, V_T — объём погружённой в жидкость части тела, $m_{ж}$ — масса вытесненной жидкости.

Закон Архимеда. Тело, погружённое в жидкость или газ, теряет в своём весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.

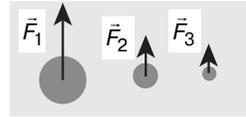
■ Следствия закона Архимеда

▲ Сила Архимеда равна нулю, когда погружённое в жидкость тело плотно, всем основанием прижато ко дну.



Действие жидкости на погружённое тело: \vec{F}_3 и \vec{F}_4 — силы давления жидкости, действующие на боковые грани, \vec{F}_1 — сила давления жидкости, действующая на верхнюю грань

▲ На тело большого объёма действует бо́льшая выталкивающая сила.

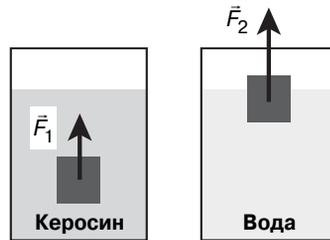


Действие жидкости на тела разного объёма: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ — силы, действующие на погружённые в жидкость тела

▲ В более плотной жидкости действует бо́льшая выталкивающая сила.

$$\rho_{\text{воды}} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{керосина}} = 800 \text{ кг/м}^3$$

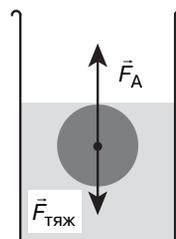


Действие различных жидкостей (керосина и воды) на одно и то же тело:

\vec{F}_1 и \vec{F}_2 — силы, действующие на тела, погружённые в керосин и воду соответственно

■ Условия плавания тел

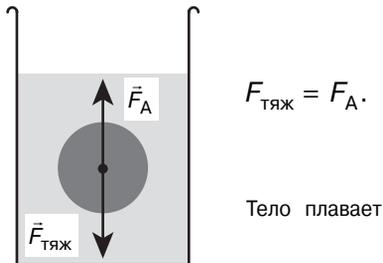
▲ Если сила тяжести меньше архимедовой силы (плотность тела меньше плотности жидкости):



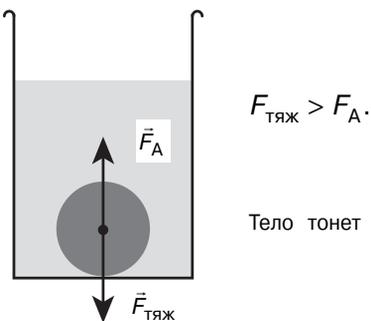
$$F_{\text{тяж}} < F_A$$

Тело всплывает

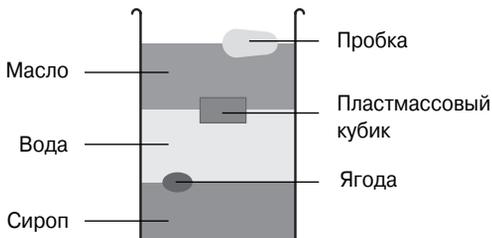
▶ Если сила тяжести равна архимедовой силе (плотность тела равна плотности жидкости):



▶ Если сила тяжести больше архимедовой силы (плотность тела больше плотности жидкости):



Следствие: чем меньше плотность тела по сравнению с плотностью жидкости, тем меньшая часть тела погружена в жидкость.



Расположение тел и веществ разной плотности в воде

✓ В сосуде находятся три жидкости, не смешивающиеся между собой. На каком уровне будет плавать кусочек льда, брошенный в сосуд?



Ответ: лёд имеет плотность меньше, чем плотность воды, но больше, чем плотность керосина, поэтому кусочек льда, брошенный в сосуд, будет плавать на уровне 3—3.

■ Применение закона Архимеда

Закон Архимеда применяется при плавании судов и воздухоплавании.

Чем меньше плотность газа внутри шара, тем больше подъёмная сила.

Кроме того, подъёмная сила зависит от разницы температур внутри шара и окружающей среды, а также от веса груза. Воздухоплатели сбрасывают дополнительный груз (балласт) с целью облегчения веса при потере высоты.



- 64** Аэростат объёмом 1000 м^3 заполнен гелием. Плотность гелия $0,18 \text{ кг/м}^3$. Плотность воздуха $1,29 \text{ кг/м}^3$. Чему равна выталкивающая сила, действующая на аэростат?

Дано:

$$\begin{aligned}V_1 &= 1000 \text{ м}^3 \\ \rho_1 &= 0,18 \text{ кг/м}^3 \\ \rho_2 &= 1,29 \text{ кг/м}^3 \\ g &\approx 10 \text{ м/с}^2\end{aligned}$$

F_A — ?

Решение:

По закону Архимеда выталкивающая (архимедова) сила не зависит от плотности погружённого тела (гелия), поэтому $F_A = \rho_2 \cdot g \cdot V_1$, где ρ_2 — плотность воздуха, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, V_1 — объём аэростата.

$$F_A = 1,29 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 1000 \text{ м}^3 = 12900 \text{ Н} = 12,9 \text{ кН.}$$

Ответ: $F_A = 12,9 \text{ кН.}$

- 65** Четыре одинаковых листа фанеры толщиной L каждый, связанные в стопку, плавают в воде так, что уровень воды приходится на границу между двумя средними листами. На сколько увеличится глубина погружения, если в стопку добавить ещё один такой же лист?

Решение:

В данном случае стопка плавает, а значит, сила тяжести равна силе Архимеда:

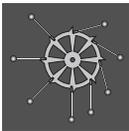
$$mg = F_A, \text{ то есть } \rho_T \cdot g \cdot 4 \cdot V_T = \rho_T \cdot g \cdot 2 \cdot V_T,$$

где mg — сила тяжести, F_A — сила Архимеда, равная по закону Архимеда $F_A = \rho_B \cdot g \cdot V_T$,

где ρ_B — плотность воды, ρ_T — плотность тела, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, V_T — объём одного листа фанеры.

Из выражения следует, что плотность фанеры в 2 раза меньше плотности воды, а значит, если в стопку добавить ещё один такой же лист, то она снова погрузится наполовину, то есть на 2,5 листа фанеры.

Ответ: глубина погружения увеличится на $0,5L$.



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Законы сохранения оказываются справедливыми для явлений различной физической природы — механического движения, теплообмена, прохождения электрического тока, распространения электромагнитных волн, взаимодействия атомов, ядер, элементарных частиц.



ВАЖНЫЕ ПОНЯТИЯ

Абсолютно неупругим ударом называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и движутся дальше как одно тело.

Абсолютно упругим ударом называется столкновение, при котором сохраняется механическая энергия системы тел.

Замкнутая система — система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю. Силы взаимодействия между телами замкнутой системы называются **внутренними силами**.

Потенциальная сила — сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений точки в пространстве.

Силы, работа которых не зависит от траектории движения тела, определяется только начальным и конечным положениями, называются **консервативными**.

Консервативная система — механическая система, в которой действуют только потенциальные силы.

ИМПУЛЬС МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

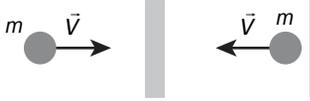
Импульс тела (или количество движения) \vec{p} — векторная физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$,

где m — масса тела, \vec{v} — его скорость.

Единицей измерения импульса в СИ является килограмм-метр в секунду (**кг · м/с**).

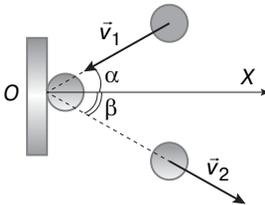
■ Примеры определения изменения импульса тела

Важную роль в физике играет изменение импульса тела. При этом необходимо обращать внимание на характер взаимодействия тел.

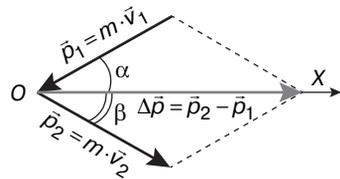
Абсолютно неупругий удар	Абсолютно упругий удар
 <p>Пример абсолютно неупругого удара (шарик «прилипает» к стенке): m — масса шарика, \vec{V} — его скорость до соударения</p>	 <p>Пример абсолютно упругого удара (шарик отскакивает с прежней по величине скоростью): m — масса шарика, \vec{V} — его скорость до и после соударения</p>
<p>Импульсы шарика до и после удара:</p> $\begin{cases} p_1 = m \cdot V \\ p_2 = 0 \end{cases}$ <p>Изменение импульса:</p> $\Delta p = p_2 - p_1 = 0 - m \cdot V = -m \cdot V$	<p>Импульсы шарика до и после удара:</p> $\begin{cases} p_1 = m \cdot V \\ p_2 = -m \cdot V \end{cases}$ <p>Изменение импульса:</p> $\Delta p = p_2 - p_1 = -m \cdot V - m \cdot V = -2 \cdot m \cdot V$

Правило параллелограмма

Если тело **движется в плоскости** (под углом к стенке), то вектор изменения импульса находится **по правилу параллелограмма** (вычитание векторов).



Для определения изменения импульса удобно использовать **диаграмму импульсов**, на которой изображаются векторы импульсов, а также **вектор разности импульсов**, построенный по правилу параллелограмма.



Определение изменения импульса в векторной форме:

OX — координатная ось (ось симметрии), m — масса шарика, \vec{v}_1 — его скорость до соударения, \vec{v}_2 — его скорость после соударения, α — угол между скоростью \vec{v}_1 и осью OX , β — угол между скоростью \vec{v}_2 и осью OX , $\vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_1$ — импульс тела до соударения, $\vec{p}_2 = m \cdot \vec{v}_2$ — импульс тела после соударения; $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ — изменение импульса

■ Импульс силы. Связь импульса тела с импульсом силы

Импульс силы $\vec{F} \cdot \Delta t$ — физическая величина, равная произведению силы на время её действия. Импульс силы — временная характеристика действия силы, векторная

физическая величина. Вектор импульса силы сонаправлен с вектором силы. Единица импульса силы — ньютон-секунда (**Н · с**).

Второй закон Ньютона. Импульс силы равен изменению импульса тела:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}.$$



Практические задания

- 66** Тело движется по прямой в одном направлении. Под действием постоянной силы величиной 5 Н за 3 с импульс тела уменьшился и стал равен 20 кг · м/с. Чему был равен первоначальный импульс тела?

Дано:

$$F = 5 \text{ Н}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$p_2 = 20 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$p_1 = ?$$

Решение:

Используем связь импульса тела с импульсом силы:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p = p_1 - p_2, \text{ откуда } p_1 = p_2 + F \cdot \Delta t.$$

$$p_1 = 20 \text{ кг} \cdot \text{м/с} + 5 \text{ Н} \cdot 3 \text{ с} = 35 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $p_1 = 35 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$

- 67** Тело движется по прямой под действием постоянной силы, равной по модулю 8 Н. Импульс тела изменился на 40 кг · м/с. Сколько времени для этого потребовалось?

Дано:

$$F = 8 \text{ Н}$$

$$\Delta p = 40 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\Delta t = ?$$

Решение:

По второму закону Ньютона

$$F \cdot \Delta t = \Delta p, \text{ откуда } \Delta t = \frac{\Delta p}{F}.$$

$$\Delta t = \frac{40 \text{ кг} \cdot \text{м/с}}{8 \text{ Н}} = 5 \text{ с}.$$

Ответ: $\Delta t = 5 \text{ с}.$

68 Автомобиль массой 10^3 кг движется равномерно по мосту на высоте 5 м над землёй. Скорость автомобиля равна 10 м/с. Каков импульс автомобиля?

Дано:

$$m = 10^3 \text{ кг}$$

$$R = 5 \text{ м}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$p = ?$$

Решение:

Импульс тела зависит от массы и скорости тела, поэтому $p = m \cdot v$.

$$p = 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с} = 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 10000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $p = 10000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

69 Легковой автомобиль и грузовик движутся со скоростями $v_1 = 108 \text{ км/ч}$ и $v_2 = 54 \text{ км/ч}$ соответственно. Масса грузовика $m = 3000 \text{ кг}$. Какова масса легкового автомобиля, если импульс грузовика больше импульса легкового автомобиля на $15\,000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$?

Дано:

$$v_{\text{л}} = 108 \text{ км/ч} = 30 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{г}} = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$$

$$m_{\text{г}} = 3000 \text{ кг}$$

$$\Delta p = 15000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$m_{\text{л}} = ?$$

Решение:

$$\text{По формуле импульса} \quad \begin{cases} p_{\text{г}} = m_{\text{г}} \cdot v_{\text{г}} \\ p_{\text{л}} = m_{\text{л}} \cdot v_{\text{л}} \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, определим, на сколько импульс грузовика больше импульса легкового автомобиля:

$$p_{\text{г}} - p_{\text{л}} = m_{\text{г}} \cdot v_{\text{г}} - m_{\text{л}} \cdot v_{\text{л}} = \Delta p, \text{ откуда}$$

$$m_{\text{л}} = \frac{m_{\text{г}} \cdot v_{\text{г}} - \Delta p}{v_{\text{л}}}.$$

$$m_{\text{л}} = \frac{3000 \text{ кг} \cdot 15 \text{ м/с} - 15000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}}{30 \text{ м/с}} = 1000 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_{\text{л}} = 1000 \text{ кг}$.

ИМПУЛЬС СИСТЕМЫ ТЕЛ

Импульсом системы тел \vec{p} называется **векторная сумма импуль-**

сов всех тел, входящих в систему:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n,$$

где $\vec{p}_1, \vec{p}_2 \dots \vec{p}_n$ — импульсы первого, второго, ... n -го тел соответственно.

Для импульса системы тел **выполняется второй закон Ньютона**, то есть импульс силы равен изменению импульса системы тел:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p},$$

где \vec{F} — равнодействующая сил, действующих на систему, t — время её действия, $\Delta \vec{p}$ — суммарный импульс системы тел.

ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

В инерциальной системе отсчёта суммарный импульс замкнутой системы тел **остаётся постоянным** при любых взаимодействиях тел системы между собой.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2, \text{ или}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2,$$

где \vec{p}_1 и \vec{p}_2 — импульсы тел до взаимодействия, \vec{p}'_1 и \vec{p}'_2 — импульсы тел после взаимодействия, m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — скорости тел до взаимодействия, \vec{u}_1 и \vec{u}_2 — скорости тел после взаимодействия.



Именно **векторная сумма** импульсов остаётся **постоянной**.

■ Реактивное движение

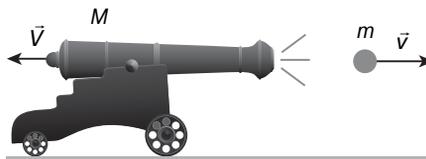
Реактивное движение — движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части.

Примеры реактивного движения

При стрельбе из орудия возникает отдача — снаряд движется вперёд, а орудие откатывается назад. Снаряд и орудие — два взаимодействующих тела.

Закон сохранения импульса имеет вид:

$0 = -M \cdot V + m \cdot v$, откуда $M \cdot V = m \cdot v$, где M и m — массы орудия и снаряда, V и v — скорости орудия и снаряда после выстрела.



Возникновение отдачи при стрельбе из пушки: M и m — массы орудия и снаряда, \vec{V} и \vec{v} — скорости орудия и снаряда после выстрела, Ox — координатная ось

В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла

с большой скоростью относительно ракеты.

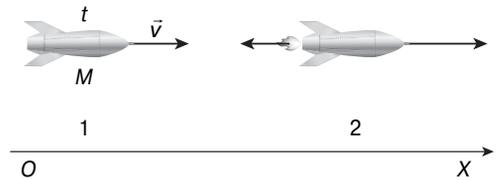
Скорость ракеты рассчитывается по формуле:

$$V = \frac{\Delta M}{M} \cdot v,$$

где M — масса ракеты, $M > 0$ — масса выброшенных газов, v — скорость истечения газов.

Если учитывать, что масса газов изменяется, то $M \cdot \vec{a} = \vec{F}_p = -\mu \cdot \vec{u}$,

где $\mu = \frac{\Delta M}{\Delta t}$ ($\Delta t \rightarrow 0$) — расход топлива в единицу времени, \vec{F}_p — реактивная сила тяги, \vec{u} — относительная скорость газов.



Ракета, движущаяся в свободном пространстве (без гравитации):

1 — в момент времени t : M — масса ракеты, \vec{v} — её скорость;

2 — в момент времени $t + \Delta t$: $M + \Delta M$ — масса ракеты, где $\Delta M < 0$, $\vec{v} + \Delta \vec{v}$ — её скорость, $\Delta M > 0$ — масса выброшенных газов, \vec{u} — относительная скорость газов;

$\vec{v} + \vec{u}$ — скорость газов в инерциальной системе



Практические задания

70 Навстречу друг другу летят шарики из пластилина. Модули их импульсов равны соответственно $5 \cdot 10^{-2}$ кг·м/с и $3 \cdot 10^{-2}$ кг·м/с. Столкнувшись, шарики слипаются. Чему равен импульс слипшихся шариков?

Дано:

$$p_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$p_2 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

p — ?

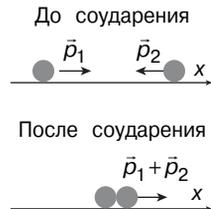
Решение:

Имеем случай неупругого соударения. Сделаем рисунок.

Здесь x — координатная ось, \vec{p}_1 и \vec{p}_2 — импульсы тел до соударения, $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ — импульс слипшихся шариков после соударения, который по закону сохранения импульса не изменится. Но поскольку импульсы шариков направлены в противоположные стороны, получается:

$$|\vec{p}_1 + \vec{p}_2| = p_1 - p_2 = (5 - 3) \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $|\vec{p}_1 + \vec{p}_2| = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$



71 Охотник массой 60 кг, стоящий на гладком льду, стреляет из ружья в горизонтальном направлении. Масса заряда 0,03 кг. Скорость дробинок при выстреле 300 м/с. Какова скорость охотника после выстрела?

Дано:

$$M = 60 \text{ кг}$$

$$m = 0,03 \text{ кг}$$

$$v = 300 \text{ м/с}$$

$V = ?$

Решение:

Закон сохранения импульса имеет вид:

$$M \cdot V = m \cdot v, \text{ откуда } V = \frac{m}{M} \cdot v,$$

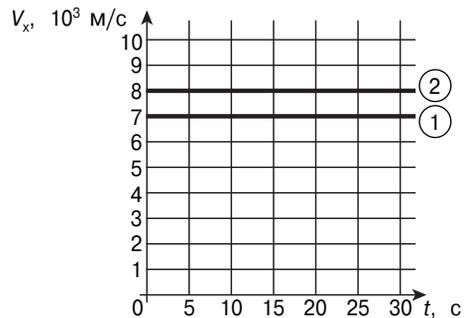
где M и m — массы охотника и заряда,
 V и v — скорости охотника и заряда соответственно после выстрела.

$$V = \frac{0,03 \text{ кг}}{60 \text{ кг}} \cdot 300 \text{ м/с} = 0,15 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V = 0,15 \text{ м/с}$.

72 На экране монитора в Центре управления полётами отображены графики скоростей двух космических аппаратов после их расстыковки (см. рисунок). Масса первого из них равна 10 т, масса второго — 15 т. С какой скоростью двигались аппараты перед их расстыковкой?

- 1) $2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ 3) $1 \cdot 10^3 \text{ м/с}$
 2) $7,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ 4) $7,6 \cdot 10^3 \text{ м/с}$



Дано:

$$v_1 = 8000 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 7000 \text{ м/с}$$

$$m_1 = 10 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 15 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$v = ?$

Решение:

Закон сохранения импульса космических аппаратов имеет вид:

$$(m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2, \text{ откуда } v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}.$$

$$v = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 8000 \text{ м/с} + 15 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 7000 \text{ м/с}}{10 \cdot 10^3 \text{ кг} + 15 \cdot 10^3 \text{ кг}} = 7,6 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Ответ: 4.

РАБОТА СИЛЫ НА МАЛОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ

Работой A , совершаемой постоянной силой, называется физическая величина, равная произведению модулей силы F и перемещения s , умноженному на косинус угла α между векторами силы и перемещения:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha.$$

Работа является **скалярной** величиной.

В системе СИ работа измеряется в джоулях (**Дж**).

Работа всех приложенных сил равна работе равнодействующей силы.

Графически работа определяется по площади фигуры под графиком $F_s(x)$:

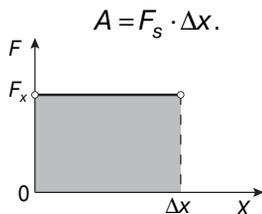


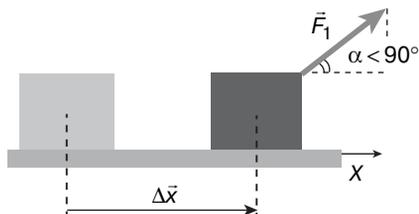
График зависимости равнодействующей силы от перемещения $F_s(x)$:

$F_s(x)$ — проекция равнодействующей силы на ось Ox , совпадающей по направлению с вектором перемещения \vec{s} ; Δx — модуль перемещения

Положительная работа — когда направление силы и направление движения тела совпадают:

$$0^\circ \leq \alpha < 90^\circ.$$

При движении тела вниз работа силы тяжести положительная.



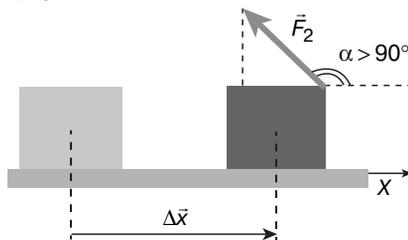
Пример положительной работы:

$\Delta \vec{x}$ — перемещение тела под действием силы \vec{F}_1 , $\alpha < 90^\circ$ — угол между вектором силы и вектором перемещения, X — координатная ось

Отрицательная работа — когда направление силы и направление движения тела противоположны, то есть

$$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ.$$

Работа силы трения всегда отрицательная.



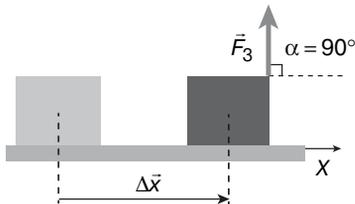
Пример отрицательной работы:

$\Delta \vec{x}$ — перемещение тела под действием силы \vec{F}_2 , $\alpha > 90^\circ$ — угол между вектором силы и вектором перемещения, X — координатная ось

Работа равна нулю в следующих случаях

1. Если сила перпендикулярна перемещению — $\alpha = 90^\circ$.

Работа силы реакции опоры, перпендикулярной перемещению, равна нулю.



Пример работы, равной нулю:

$\Delta\vec{x}$ — перемещение тела под действием силы \vec{F}_3 , $\alpha = 90^\circ$ — угол между вектором силы и вектором перемещения, X — координатная ось

2. Если тело перемещается, а сила равна нулю.

При движении по инерции работа не совершается.

3. Если сила действует, а тело не перемещается.

■ Формулы и особенности работы некоторых сил

Работа силы тяжести зависит от высоты подъёма и не зависит от угла наклона плоскости:

$$A_{\text{тяж}} = mgh,$$

где m — масса тела, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, h — высота подъёма (спуска) тела.

Работа консервативных сил на замкнутой траектории равна нулю.

Сила тяжести совершает положительную работу, когда какое-нибудь тело опускается, и отрицательную работу, когда тело поднимается.

Работа силы тяжести:

▲ не зависит от формы траектории;

▲ не зависит от выбора нулевого уровня;

▲ на замкнутой траектории равна нулю.

Работа силы упругости:

$$A_{\text{упр}} = \frac{k \cdot x^2}{2},$$

где k — коэффициент жёсткости пружины, x — смещение тела от положения равновесия. Работа силы упругости на замкнутой траектории равна нулю.

Работа силы трения:

▲ на горизонтальной поверхности: $A_{\text{тр}} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$, где μ — коэффициент трения, m — масса тела, g — ускорение свободного падения, s — пройденный телом путь;

▲ при движении до полной остановки (на тормозном пути):

$$A_{\text{тр}} = -\frac{m \cdot v^2}{2}, \text{ где } m \text{ — масса тела,}$$

v — начальная скорость тела.

Сила трения не является консервативной. Работа силы трения зависит от длины пути.

✓ Шарик скатывали с горки по трём желобам с разными траекториями. В начале пути скорости шарика одинаковы. В каком случае скорость шарика в конце пути наибольшая? Трением пренебречь.

Ответ: поскольку работа силы тяжести не зависит от формы траектории, а зависит только от высоты подъёма, то её работа, как и скорость шарика, во всех трёх случаях будет одинакова.



Практические задания

73 Мальчик тянет санки за верёвку с силой 50 Н. Протащив санки на расстояние 1 м, он совершил механическую работу 50 Дж. Определите угол между верёвкой и дорогой.

- 1) 0° 2) 30° 3) 45° 4) 90°

Дано:

$$F = 50 \text{ Н}$$

$$s = 1 \text{ м}$$

$$A = 50 \text{ Дж}$$

α — ?

Решение:

Из определения работы $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ выразим искомую

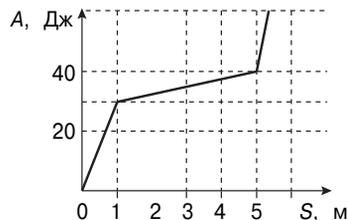
$$\text{величину: } \cos \alpha = \frac{A}{F \cdot s}.$$

$$\cos \alpha = \frac{50 \text{ Дж}}{50 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}} = 1, \text{ то есть } \alpha = 0^\circ.$$

Ответ: 1.

74 Ящик скользит по горизонтальной поверхности. На рисунке приведён график зависимости работы силы трения от пройденного пути. Какой участок был наиболее скользким?

- 1) только от 0 до 1 м
2) только от 1 до 5 м
3) только от 5 до 5,5 м
4) от 0 до 1 м и от 5 до 5,5 м



Решение:

Из определения работы $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ сила трения пропорциональна работе, то есть чем больше совершена работа, тем больше сила трения. Учитывая формулу силы трения: $F = \mu \cdot N$.

Сила трения больше там, где больше коэффициент трения. Наиболее скользкий участок там, где коэффициент трения меньше. Значит, там, где работа наименьшая, будет наиболее скользкий участок.

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{A}{N \cdot s \cdot \cos \alpha} = k \cdot \frac{A}{s}.$$

Вычислим коэффициент трения на каждом участке:

$$\mu_{01} = k \cdot \frac{30 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 3 k; \quad \mu_{15} = k \cdot \frac{10 \text{ Дж}}{4 \text{ м}} = 2,5 k; \quad \mu_{56} = k \cdot \frac{60 \text{ Дж}}{0,5 \text{ м}} = 120 k.$$

Коэффициент трения на участке 1—5 наименьший.

Ответ: 2.

76

Человек, равномерно поднимая верёвку, достал ведро с водой из колодца глубиной 10 м. Масса ведра 1,5 кг, масса воды в ведре 10 кг. Какую работу он при этом совершил?

Дано:

$$h = 10 \text{ м}$$

$$M = 1,5 \text{ кг}$$

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$A = ?$$

Решение:

Из определения работы: $A = F \cdot h \cdot \cos \alpha$,
где F — сила натяжения верёвки, равная по третьему закону Ньютона силе тяжести: $F = (M + m) \cdot g$.

Угол $\alpha = 0$ ($\cos \alpha = 1$) — угол между силой натяжения и перемещением (см. рисунок).

$$\text{Получим: } A = (M + m) \cdot g \cdot h;$$

$$A = (1,5 \text{ кг} + 10 \text{ кг}) \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м} = 1150 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = 1150 \text{ Дж.}$

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Энергия — от греч. *energeia* — действие; кинетическая — от *kinetikos* — приводящий в движение.

Кинетическая энергия тела E_k — скалярная физическая величина, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

m — масса тела, v — скорость.

Кинетическая энергия, как и работа, измеряется в джоулях (**Дж**).

■ Закон изменения кинетической энергии системы материальных точек

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе всех сил, действующих на точку:

$$E_k - E_{k0} = A,$$

где E_{k0} и E_k — начальная и конечная кинетическая энергия тела, A — работа равнодействующей силы.



Практические задания

77

Тележка движется со скоростью 3 м/с. Её кинетическая энергия равна 27 Дж. Какова масса тележки?

- 1) 6 кг 2) 9 кг 3) 18 кг 4) 81 кг

Дано:

$$v = 3 \text{ м/с}$$

$$E_k = 27 \text{ Дж}$$

$m = ?$

Решение:

По формуле кинетической энергии $E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$ выразим

$$\text{массу: } m = \frac{2 \cdot E_k}{v^2}.$$

$$m = \frac{2 \cdot 27 \text{ Дж}}{(3 \text{ м/с})^2} = 6 \text{ кг}.$$

Ответ: 1.

78

Автомобиль, движущийся с выключенным двигателем, на горизонтальном участке дороги имеет скорость 30 м/с. Затем автомобиль стал перемещаться вверх по склону горы под углом 30° к горизонту. Какой путь он должен пройти по склону, чтобы его скорость уменьшилась до 20 м/с? Трением пренебречь.

Дано:

$$v_1 = 30 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$s = ?$

Решение:

В данном случае кинетическая энергия автомобиля изменяется за счёт преодоления силы тяжести (см. рисунок ниже):

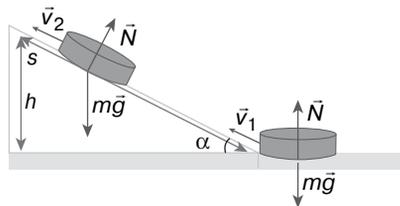
$$A_{\text{тр}} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} - \frac{m \cdot v_2^2}{2} = m \cdot g \cdot h,$$

где m — масса автомобиля, $h = s \cdot \sin \alpha$ — высота подъёма, s — пройденный путь. Тогда

$$\frac{m \cdot v_1^2}{2} - \frac{m \cdot v_2^2}{2} = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha, \text{ откуда } s = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g \cdot \sin \alpha}.$$

$$s = \frac{(30 \text{ м/с})^2 - (20 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot \sin 30^\circ} = 50 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 50 \text{ м}$.



ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Потенциальная энергия тела в данной точке — скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль отсчёта потенциальной энергии.

Единица измерения потенциальной энергии — джоуль (**Дж**).

Потенциальная энергия — это **энергия взаимодействия** тел или частей одного тела.

Потенциальная энергия тела в однородном поле тяжести

Потенциальная энергия двух тел — это энергия тела в гравитационном поле (энергия взаимодействия с Землёй). Потенциальная энергия в этом случае характеризует энергию гравитационного притяжения материальной точки к Земле.

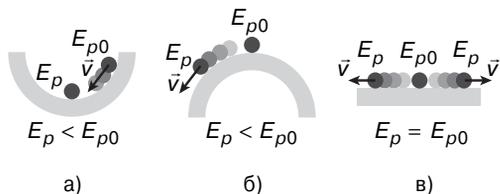
$$E_p = m \cdot g \cdot h,$$

где m — масса тела, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, h — высота над Землёй. Чем выше над Землёй находится тело, тем большую работу оно может совершить при падении.

Например, энергия падающей воды используется в работе гидроэлектростанций.

Виды равновесия

Состояние с меньшей потенциальной энергией является **энергетически выгодным**.



Три возможных случая равновесия шара, находящегося на опоре:

E_{p0} — потенциальная энергия тела в начальном положении, E_p — потенциальная энергия тела в конечном положении

Принцип минимума потенциальной энергии: любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором её потенциальная энергия минимальна.

Устойчивое равновесие — равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, возвращается в первоначальное положение (рис. а).

Неустойчивое равновесие — равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, не возвращается в первоначальное положение (рис. б).

Безразличное равновесие — равновесие, при котором соседние положения тела также являются равновесными (рис. в).

■ Потенциальная энергия деформированной пружины

Потенциальная энергия **частей од-ного тела** — это энергия частей упруго деформированного тела (энергия растянутой или сжатой пружины):

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2},$$

где k — коэффициент жёсткости пружины, x — смещение тела от положения равновесия.

Чем больше сжата или растянута пружина, **тем большую работу** она может совершить при освобождении от деформирующей силы.

Например, энергия натянутой тетивы лука используется при стрельбе.



Практические задания

79 Камень массой 1 кг брошен вертикально вверх. В начальный момент его энергия равна 200 Дж. На какую максимальную высоту поднимется камень? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$E_0 = 200 \text{ Дж}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$h = ?$$

Решение:

В данном случае камень, поднимаясь на высоту, увеличит свою потенциальную энергию за счёт начальной энергии:

$$E_0 = m \cdot g \cdot h, \text{ откуда } h = \frac{E_0}{m \cdot g}.$$

$$h = \frac{200 \text{ Дж}}{1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 20 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 20 \text{ м}$.

80 Легковой автомобиль и грузовик движутся по мосту. Их массы $m_1 = 1000 \text{ кг}$ и $m_2 = 3000 \text{ кг}$ соответственно. Во сколько раз потенциальная энергия грузовика относительно уровня воды больше потенциальной энергии легкового автомобиля?

- 1) в 1,5 раза 2) в 6 раз 3) в 3 раза 4) в 4 раза

Дано:

$$m_1 = 1000 \text{ кг}$$

$$m_2 = 3000 \text{ кг}$$

$$h_1 = h_2 = h$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = ?$$

Решение:

По формуле потенциальной энергии $\begin{cases} E_1 = m_1 \cdot g \cdot h \\ E_2 = m_2 \cdot g \cdot h \end{cases}$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{3000 \text{ кг}}{1000 \text{ кг}} = 3.$$

Ответ: 3.

81 Недеформированную пружину жёсткостью 30 Н/м растянули на 0,04 м. Чему равна потенциальная энергия растянутой пружины?

Дано:

$$k = 30 \text{ Н/м}$$

$$x = 0,04 \text{ м}$$

E_p — ?

Решение:

По формуле потенциальной энергии

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2},$$

где k — коэффициент жёсткости пружины, x — растяжение пружины.

$$E_p = \frac{30 \text{ Н/м} \cdot (0,04 \text{ м})^2}{2} = 0,024 \text{ Дж.}$$

Ответ: $E_p = 0,024 \text{ Дж.}$

82 Ученик исследовал зависимость модуля силы упругости F пружины от её растяжения x и получил следующие результаты:

F , Н	0	0,5	1	1,5	2	2,5
x , м	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10

Определите потенциальную энергию пружины при её растяжении на 0,08 м.

- 1) 0,04 Дж 2) 0,16 Дж 3) 25 Дж 4) 0,08 Дж

Решение:

Из формулы силы упругости пружины

$$F = k \cdot x, \text{ откуда } k = \frac{F}{x} = \frac{2 \text{ Н}}{0,08 \text{ м}} = 25 \text{ Н/м.}$$

По формуле потенциальной энергии

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{25 \text{ Н/м} \cdot (0,08 \text{ м})^2}{2} = 0,08 \text{ Дж.}$$

Ответ: 4.

ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Полная механическая энергия системы — сумма её кинетической и потенциальной энергии:

$$E = E_k + E_p,$$

где E_k — кинетическая энергия системы, E_p — её потенциальная энергия.

Формулировка 1. Закон изменения и сохранения механической энергии: в замкнутой системе полная механическая энергия тел остаётся постоянной при любых взаимодействиях:

$$E = E_k + E_p.$$

Формулировка 2. Закон сохранения и превращения энергии: при любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает. Она лишь превращается из одной формы в другую.

Закон сохранения энергии лежит в основе работы всех действующих механизмов.

Так, потенциальная энергия растянутой тетивы лука или сжатой пружины переходит в кинетическую энергию выпущенной стрелы или пули. То есть при расчёте учитывается зависимость скорости движения от деформации или высоты подъёма тела:

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{или} \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}}x.$$

■ Роль силы трения

Если между телами замкнутой системы действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется. Часть этой энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание). Одним из следствий закона сохранения и превращения энергии является утверждение о **невозможности создания вечного двигателя** — машины, которая могла бы неопределённо долго совершать работу, не расходуя при этом энергию.



Практические задания

83

Мальчик на санках спустился с ледяной горы высотой 10 м и проехал по горизонтали до остановки 50 м. Сила трения при его движении по горизонтальной поверхности равна 80 Н. Чему равна общая масса мальчика с санками? Считать, что по склону горы санки скользили без трения.

Дано:

$$h = 10 \text{ м}$$

$$s = 50 \text{ м}$$

$$F_{\text{тр}} = 80 \text{ Н}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

m — ?

Решение:

Скорость санок в конце ледяной горы найдём по закону сохранения энергии:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h, \text{ откуда } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

При движении по горизонтальной поверхности сила трения по второму закону Ньютона сообщает ускорение:

$$F_{\text{тр}} = m \cdot a,$$

которое найдём из формулы перемещения:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}. \text{ То есть } a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot s} = \frac{g \cdot h}{s}.$$

$$\text{Тогда } F_{\text{тр}} = \frac{m \cdot g \cdot h}{s}, \text{ откуда } m = \frac{F_{\text{тр}} \cdot s}{g \cdot h}.$$

$$m = \frac{80 \text{ Н} \cdot 50 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}} = 40 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 40 \text{ кг}$.

84

Тело массой 1 кг, брошенное с уровня земли вертикально вверх, упало обратно. Перед ударом о землю оно имело кинетическую энергию 200 Дж. С какой скоростью тело было брошено вверх? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 10 м/с

2) 20 м/с

3) 30 м/с

4) 40 м/с

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$E_k = 200 \text{ Дж}$$

v_0 — ?

Решение:

По закону сохранения энергии перед ударом о землю тело имеет такую же кинетическую энергию, как и в момент броска, значит:

$$E_k = \frac{m \cdot v_0^2}{2}, \text{ откуда } v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}.$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: 2.

- 85** Скорость брошенного мяча непосредственно перед ударом о стену была вдвое больше его скорости сразу после удара. Какое количество теплоты выделилось при ударе, если сразу после удара кинетическая энергия мяча равнялась 10 Дж?

Дано:

$$v_1 = 2 \cdot v_2$$

$$E_{k2} = 10 \text{ Дж}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

Q — ?

Решение:

Кинетическая энергия мяча уменьшилась за счёт потери энергии на теплоту:

$$Q = E_{k1} - E_{k2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} - \frac{m \cdot v_2^2}{2} = \frac{m \cdot (2 \cdot v_2)^2}{2} - \frac{m \cdot v_2^2}{2} =$$
$$= 4 \cdot \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_2^2}{2} = 3 \cdot \frac{m \cdot v_2^2}{2} = 3 \cdot E_{k2}.$$

$$Q = 3 \cdot 10 \text{ Дж} = 30 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 30 \text{ Дж}$.

- 86** Шарик массой 100 г падает с высоты 10 м с нулевой начальной скоростью. К моменту падения на землю потеря полной механической энергии за счёт сопротивления воздуха составила 10 %. Какова кинетическая энергия шарика в этот момент?

Дано:

$$v_0 = 0$$

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$h = 10 \text{ м}$$

$$E_2 = 0,9 \cdot E_1$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

E_{k2} — ?

Решение:

Полная энергия шарика равна максимальной потенциальной энергии на высоте $h = 10 \text{ м}$: $E = m \cdot g \cdot h$.

Она уменьшилась за счёт потери энергии на теплоту и стала равна: $E = E_2 = 0,9 \cdot E_1 = 0,9 \cdot m \cdot g \cdot h$.

В момент падения кинетическая энергия равна полной энергии: $E_k = 0,9 \cdot m \cdot g \cdot h$.

$$E_k = 0,9 \cdot 0,1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м} = 9 \text{ Дж}.$$

Ответ: $E_k = 9 \text{ Дж}$.