

540. С газом некоторой массы был произведен замкнутый процесс, изображенный на рисунке 96. Объяснить, как изменился объем газа при переходах $1-2$, $2-3$, $3-4$, $4-1$.

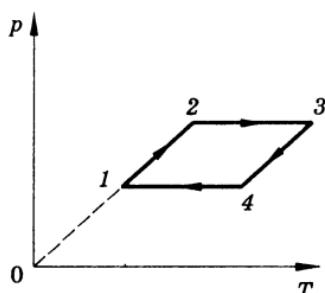


Рис. 96

Решение. Используем для анализа процесса, изображенного на рисунке 96, уравнение состояния идеального газа в форме

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R = \text{const.} \quad (1)$$

Согласно этой формуле процесс $1-2$ является изохорным, так как соответствующий отрезок диаграммы лежит на луче, выходящем из начала координат $p = \beta T$, где β — константа. Таким образом, на отрезке $1-2$ объем был постоянным. Процесс $2-3$, согласно рисунку 96, — изобарный. При этом из записанной выше формулы следует, что объем пропорционален температуре, поэтому на отрезке $2-3$ объем увеличивался. На отрезке $3-4$ зависимость давления от температуры, соответствующую рисунку 96, можно представить в форме

$$p = p_0(T - T_0), \quad (2)$$

где p_0 и T_0 — положительные константы. При этом, согласно формуле (1), зависимость объема от температуры с учетом изменения давления (2) имеет вид:

$$V = \frac{mR}{M} \frac{T}{p_0(T - T_0)}, \quad (3)$$

откуда следует, что на отрезке $3-4$ объем увеличился из-за уменьшения температуры. Отрезок $4-1$ — вновь изобара. Следовательно, согласно (1), здесь объем уменьшился пропорционально уменьшению температуры.

Ответ: $1-2$ — оставался постоянным; $2-3$ — увеличивался пропорционально T ; $3-4$ — увеличивался; $4-1$ — уменьшался пропорционально T .

26. Насыщенные и ненасыщенные пары. Зависимость температуры кипения от давления. Влажность воздуха

541. Почему, если подышать себе на руку, получается ощущение тепла, а если подуть — ощущение холода?

Решение. Температура воздуха одинакова и в том и в другом случае, однако влажность выдыхаемого воздуха с руки очень мала и быстро достигается насыщение, во втором же случае насыщение не происходит. Продолжающееся испарение и обеспечивает некоторое охлаждение руки.

543. Давление водяного пара при 14°C было равно 1 кПа. Был ли этот пар насыщенным?

Решение. Согласно табличным данным давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 14^{\circ}\text{C}$ равно 1,6 кПа, поэтому в данном случае речь идет о ненасыщенном паре.

545. В закрытом сосуде вместимостью 5 л находится насыщенный водяной пар массой 50 мг. При какой температуре пар будет насыщенным?

Решение. Плотность паров в данном случае равна:

$$\rho_{\text{р}} = \frac{m}{V}.$$

Вычисления:

$$\rho_{\text{р}} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \text{ кг}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 10^{-2} \text{ кг/м}^3 = 10 \text{ г/м}^3.$$

Согласно табличным данным, пары такой плотности будут насыщенными при $t = 11^{\circ}\text{C}$.

Ответ: $t = 11^{\circ}\text{C}$.

546. В цилиндрическом сосуде под поршнем, площадь которого 10 см^2 , находится вода при 20°C , причем поршень касается поверхности воды. Сколько воды испарится при перемещении поршня на 15 см ?

Решение. При перемещении поршня образуется объем

$$V = 10 \text{ см}^2 \cdot 15 \text{ см} = 150 \text{ см}^3 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Плотность насыщенных паров при температуре 20°C равна $\rho = 17,3 \text{ г/м}^3$. Поэтому масса пара равна:

$$m = \rho V.$$

Вычисления:

$$m = 17,3 \text{ г/м}^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ г.}$$

Ответ: $m = 2,6 \text{ мг.}$

547. В закрытом сосуде вместимостью 2 л находится насыщенный водяной пар при 20°C . Сколько воды образуется в сосуде при понижении температуры до 5°C ?

Решение. Плотность насыщенных паров при 20°C , согласно табличным данным, равна $\rho_1 = 17,3 \text{ г/м}^3$. При 5°C плотность насыщенных паров уменьшается до

$$\rho_2 = 6,8 \text{ г/м}^3.$$

Изменение массы насыщенных паров в объеме $V = 2 \text{ м}^3$ равно:

$$\Delta m = (\rho_1 - \rho_2)V.$$

Вычисления:

$$\Delta m = (17,3 \text{ г/м}^3 - 6,8 \text{ г/м}^3) \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 21 \text{ мг.}$$

Масса Δm воды переходит при этом из газообразной в жидкую фазу.

549. Давление насыщенного пара эфира при 0 °С равно 24,7 кПа, а при 40 °С — 123 кПа. Сравнить значения плотности пара при этих температурах.

Решение. Поскольку насыщенные пары эфира при данных условиях приближенно можно считать идеальным газом, то

$$p = \frac{\rho}{M} RT,$$

поэтому

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}.$$

Вычисления:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{24,7 \cdot 10^3 \text{ Па}}{123 \cdot 10^3 \text{ Па}} \frac{(273 + 40) \text{ К}}{273 \text{ К}} = \frac{1}{4,34}.$$

Ответ: при 40 °С плотность в 4,34 раза больше.

550. Во сколько раз концентрация молекул насыщенного водяного пара при 50 °С больше, чем при 5 °С?

Решение. Воспользуемся табличными данными и учтем, что концентрация пара

$$n = \rho/m,$$

где ρ — плотность пара, m — масса молекулы воды. Поэтому

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{83 \text{ г/м}^3}{6,8 \text{ г/м}^3} = 12,2.$$

Ответ: в 12,2 раза.

551. Трубка, один конец которой закрыт, наполнена водой и открытым концом погружена в сосуд с водой (рис. 97). Вода в сосуде и трубке нагрета до температуры кипения. Что будет происходить с водой в трубке?

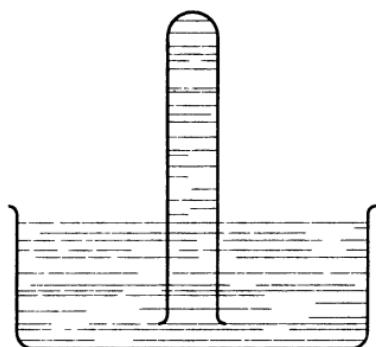


Рис. 97

Решение. Температура кипения жидкости при уменьшении давления понижается. Поэтому, если бы уровень воды в трубке был выше уровня воды в сосуде на h , давление паров воды оказалось бы меньше атмосферного на ρgh (ρ — плотность воды) и началось бы кипение.

Этот процесс прекратится,

когда уровень воды в трубке опустится до ее уровня в сосуде.

Ответ: уровень воды в трубке опустится до ее уровня в сосуде.

552. Можно ли считать, что при нормальном атмосферном давлении вода, находящаяся в достаточно глубоком сосуде, кипит при 100°C ?

Решение. В достаточно глубоком сосуде к нормальному атмосферному давлению у поверхности воды добавляется давление пара. Это давление отличается от давления пара при данной температуре в закрытом сосуде и подобно обычному гидростатическому или атмосферному давлению ρgh , где ρ — средняя плотность пара в сосуде высотой h . Поскольку температура кипения жидкости при увеличении давления увеличивается, при 100°C в достаточно глубоком сосуде вода еще не будет кипеть.

Ответ: нельзя.

554. В кастрюле-скороварке вода кипит примерно при 120°C . Кастрюля герметично закрыта крышкой, в которой имеется клапан, выпускающий пар при давлении $90\text{--}110\text{ кПа}$ (сверх атмосферного). Объяснить работу кастрюли.

Решение. При увеличении давления температура кипения повышается. В кастрюле-скороварке максимальное полное давление, согласно условию задачи, достигает $190\text{--}210\text{ кПа}$, т. е. увеличивается примерно вдвое. Поэтому и температура кипения воды должна увеличиться по сравнению с температурой 100°C при нормальном атмосферном давлении.

Ответ: температура кипения воды повышается, так как над поверхностью воды поддерживается примерно удвоенное давление.

555. Образующиеся белые клубы при выдохе на морозе иногда называют паром. Правильно ли это?

Решение. Водяной пар, действительно выходящий изо рта при выдохе на морозе, до этого момента находился в тепловом равновесии с телом человека. Поэтому давление в клубе пара на морозе некоторое время остается выше, чем его равновесное значение, характерное для температуры окружающего воздуха. В результате начинается конденсация (образование из пара капелек воды) — процесс, обратный парообразованию. Именно эти капельки (туман) и видны как белые клубы. Таким образом, называть эти клубы паром неправильно.

Ответ: нет, это туман — мельчайшие капельки воды.

557. Почему в морозные дни над полыньями в реке образуется туман?

Решение. Поскольку вода в полынье не перешла в твердое состояние, ее температура несколько выше окружающего воздуха. Поэтому давление пара, под-

нимашегося от воды, оказывается выше давления насыщенного пара при данной температуре, и начинается конденсация — образование капелек воды. Они и образуют туман.

558. Если в комнате достаточно тепло и влажно, то при открывании зимой форточки образуются клубы тумана, которые в комнате опускаются, а на улице поднимаются. Объяснить явление.

Решение. Клубы тумана, состоящего из капелек воды, образуются в результате охлаждения у форточки влажного воздуха комнаты до состояния, когда давление пара комнатного воздуха превышает давление насыщенного пара. При этом температура воздуха в окрестности форточки несколько выше, чем на улице, и ниже, чем в комнате. Поэтому на улице более теплый, а следовательно, и более легкий воздух поднимается вверх, унося с собой клубы тумана. Тот же воздух оказывается холоднее воздуха в самой комнате и потому вместе с туманом опускается вниз.

559. Как по внешнему виду отличить в бане трубу с холодной водой от трубы с горячей?

Решение. Температура трубы с холодной водой ниже температуры окружающего воздуха, давление паров воды в котором близко к давлению насыщенного пара. Поэтому вблизи холодной трубы давление паров воды оказывается даже выше давления насыщенного пара, величина которого падает при уменьшении температуры. Поэтому на трубе с холодной водой должна происходить конденсация пара с образованием капелек воды. По этим капелькам и можно отличить холодную трубу от горячей.

561. Парциальное давление водяного пара в воздухе при 19°C было 1,1 кПа. Найти относительную влажность.

Решение. Относительная влажность по определению

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{н. п}}} \cdot 100\%.$$

При $t = 19^{\circ}\text{C}$ давление насыщенных паров воды равно $p_{\text{н. п}} = 2,2$ кПа. Поэтому

$$\varphi = \frac{1,1 \text{ кПа}}{2,2 \text{ кПа}} \cdot 100\% = 50\%.$$

Ответ: $\varphi = 50\%$.

562.¹ В 4 м^3 воздуха при температуре 16°C находится 40 г водяного пара. Найти относительную влажность.

Решение. Относительная влажность

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{н. п}}} \cdot 100\% \approx \frac{\rho}{\rho_{\text{н. п}}} \cdot 100\%,$$

где p , ρ — парциальные давление и плотность водяных паров, а $p_{\text{н. п}}$ и $\rho_{\text{н. п}}$ — давление и плотность насыщенных паров.

Итак,

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{40 \text{ г}}{4 \text{ м}^3} = 10 \text{ г/м}^3;$$

согласно табличным данным, при $E = 16^{\circ}\text{C}$ находим

$$\rho_{\text{н. п}} = 13,6 \text{ г/м}^3.$$

Итак,

$$\varphi = \frac{10}{13,6} \cdot 100\% = 73,5\%.$$

Ответ: $\varphi = 73,5\%$.

¹ Относительной влажностью можно считать отношение плотности водяного пара, фактически находящегося в воздухе, к плотности насыщенного пара при данной температуре.

563. Найти относительную влажность воздуха в комнате при 18 °С, если при 10 °С образуется роса.

Решение. Давление водяных паров определим из табличных данных:

при температуре 10 °С

$$p_1 = 1,23 \text{ кПа},$$

а при температуре 18 °С

$$p = 2,07 \text{ кПа}.$$

Относительная влажность

$$\varphi = \frac{p_1}{p} \cdot 100\% = 59,4\%.$$

Ответ: $\varphi = 59,4\%$.

564. Относительная влажность в комнате при температуре 16 °С составляет 65%. Как изменится она при понижении температуры воздуха на 4 К, если парциальное давление водяного пара останется прежним?

Решение. Относительная влажность

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{н.п}}} \cdot 100\%;$$

при $t = 16$ °С из табличных данных получим $p_{\text{н.п}} = 1,81$ кПа. Тогда $0,65 = p/p_{\text{н.п}}$, поэтому $p = 1,18$ кПа. При $t = 16$ °С – 4 °С = 12 °С. При такой температуре

$$p'_{\text{н.п}} = 1,4 \text{ кПа}.$$

Новое значение относительной влажности:

$$\varphi = p/p'_{\text{н.п}} \cdot 100\% = 1,18 \text{ кПа}/1,4 \text{ кПа} \cdot 100\% = 84\%.$$

Изменение влажности $\Delta\varphi = 19\%$.

Ответ: увеличится на 19%.

565. Относительная влажность воздуха вечером при 16°C равна 55%. Выпадет ли роса, если ночью температура понизится до 8°C ?

Решение. Относительная влажность равна

$$\phi = \frac{p}{p_{\text{н. п}}} \cdot 100\%,$$

где p — парциальное давление паров, а $p_{\text{н. п}}$ — давление насыщенного пара. Из табличных данных при $t = 16^{\circ}\text{C}$ $p_{\text{н. п}} = 1,81 \text{ кПа}$. Тогда $0,55 = p/p_{\text{н. п}}$.

Вычисления:

$$p = (0,55 \cdot 1,81) \text{ кПа} = 0,996 \text{ кПа.}$$

При $t = 8^{\circ}\text{C}$ $(p_{\text{н. п}})_1 = 1,06 > p$, поэтому роса не выпадет.

Ответ: не выпадет.

566. Для осушки воздуха, находящегося в баллоне вместимостью 10 л, в баллон ввели кусок хлорида кальция, который поглотил 0,13 г воды. Какова была относительная влажность воздуха в баллоне, если его температура равна 20°C ?

Решение. Первоначальная плотность паров воды равна:

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{0,13 \text{ г}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 13 \text{ г/м}^3.$$

Но при $t = 20^{\circ}\text{C}$ плотность насыщенных паров воды, согласно табличным данным, равна:

$$\rho_{\text{н. п}} = 17,3 \text{ г/м}^3.$$

Поэтому относительная влажность воздуха

$$\phi = \rho/\rho_{\text{н. п}} \cdot 100\% = 13/17,3 \cdot 100\% = 75\%.$$

Ответ: $\phi = 75\%$.

567. Днем при 20°C относительная влажность воздуха была 60%. Сколько воды в виде росы выделится из каждого кубического метра воздуха, если температура ночью понизилась до 8°C ?

Решение. Если при 20°C относительная влажность 60%, то

$$\phi = 60\% = \rho / \rho_{\text{н.п.}} \cdot 100\%,$$

где ρ — плотность паров воды, а $\rho_{\text{н.п.}}$ — плотность насыщенных паров при данной температуре. Согласно табличным данным

$$\rho_{\text{н.п.}} = 17,3 \text{ г/м}^3,$$

поэтому

$$\rho = \frac{60}{100} \cdot 17,3 \text{ г/м}^3 \approx 104 \text{ г/м}^3.$$

При температуре воздуха $t = 8^{\circ}\text{C}$

$$\rho_{\text{н.п.}} = 8,3 \text{ г/м}^3 > \rho,$$

вода будет конденсироваться из воздуха, при этом из каждого кубического метра воздуха выделится вода, масса которой

$$1 \text{ м}^3 \cdot (\rho - \rho_{\text{н.п.}}) = 2,1 \text{ г.}$$

Ответ: 2,1 г воды.

568. В цилиндре под поршнем находится водяной пар массой 0,4 г при температуре 290 К. Этот пар занимает объем 40 л. Как можно сделать пар насыщенным?

Решение. Температура пара в цилиндре $T = 290$ К, что соответствует 17°C . Плотность паров

$$\rho = m/V = 0,4 \text{ г}/(40 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 10 \text{ г/м}^3.$$

Из табличных данных видно, что при данной плотности и температуре пар ненасыщенный, но если температуру снизить до 11°C (или 284 К), то пар станет

насыщенным. При неизменной температуре 20 °C можно сделать пар насыщенным, уменьшив объем, тогда при $V = V_1$, где

$$V_1 = \frac{m}{\rho_{\text{н.п}}} = \frac{0,4 \text{ г}}{14,5 \text{ г/м}^3} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 = 28 \text{ л},$$

пар также станет насыщенным.

Ответ: либо уменьшить при постоянном объеме температуру до 11 °C, либо изотермически сжать до 28 л.

570. Влажный термометр психрометра показывает 10 °C, а сухой 14 °C. Найти относительную влажность, парциальное давление и плотность водяного пара.

Решение. Согласно психрометрической таблице относительная влажность воздуха 60%. Так как именно показания сухого термометра дают верную температуру воздуха, то $t = 14$ °C. При этом парциальное давление равно:

$$p = p_{\text{н.п.}} \cdot 60\% = 1,6 \text{ кПа} \cdot 0,6 = 960 \text{ Па},$$

а плотность водяного пара

$$\rho = \rho_{\text{н.п.}} \cdot 60\% = 12,1 \text{ г/м}^3 \cdot 0,6 = 7,3 \text{ г/м}^3.$$

Ответ: $\varphi = 60\%$; $p = 960$ Па; $\rho = 7,3 \text{ г/м}^3$.

571. При 4 °C сухой и влажный термометры психрометра давали одинаковые показания. Что покажет влажный термометр, если температура повысилась до 10 °C? если она повысилась до 16 °C? Считать, что парциальное давление водяного пара остается неизменным.

Решение. Сухой термометр психрометра показывает обычную температуру окружающего воздуха, в то время как температура влажного психрометра обыч-

но опускается до значения, при котором давление насыщенного пара равно парциальному давлению пара в окружающем воздухе. Уменьшение температуры происходит за счет испарения воды с поверхности влажной ткани, которой обернут влажный термометр. Поэтому равенство показаний сухого и влажного термометра означает, что при 4 °C пар является насыщенным (это отражено и в психрометрической таблице). Из табличных данных можно, следовательно, найти давление пара в воздухе при 4 °C:

$$p_1 = 0,81 \text{ кПа.}$$

Согласно условию при температуре 10 °C парциальное давление пара остается неизменным. Но при этой температуре давление насыщенного пара, согласно табличным данным, равно

$$p_2 = 1,23 \text{ кПа.}$$

Следовательно, относительная влажность

$$p_1/p_2 = 0,81/1,23 \approx 66\%.$$

Поэтому, согласно психрометрической таблице, температура влажного термометра должна быть ниже 10 °C на 3 °C, т. е. должна быть равной 7 °C.

Аналогично определяются показания влажного термометра при 16 °C: давление насыщенного водяного пара при 16 °C равно

$$p_3 = 1,81 \text{ кПа;}$$

относительная влажность

$$p_1/p_3 = 45\%;$$

разность показаний сухого и влажного термометра

$$\Delta t = 6 \text{ }^{\circ}\text{C};$$

температура влажного термометра равна:

$$16 \text{ }^{\circ}\text{C} - 6 \text{ }^{\circ}\text{C} = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Ответ: 7 °C; 10 °C.

27. Поверхностное натяжение. Смачивание. Капиллярные явления

572. На одном конце соломинки выдули мыльный пузырь и поднесли другой ее конец к пламени горящей свечи. Почему пламя свечи будет отклоняться при этом в сторону?

Решение. Пламя свечи будет отклоняться в сторону струей воздуха, выходящей из соломинки из-за разности давлений воздуха внутри мыльного пузыря и снаружи его. Эта разность давлений обеспечивается силами поверхностного натяжения мыльной пленки пузыря.

573. С какой силой действует мыльная пленка на проволоку AB (рис. 98), если длина проволоки 3 см? Какую работу надо совершить, чтобы переместить проволоку на 2 см?

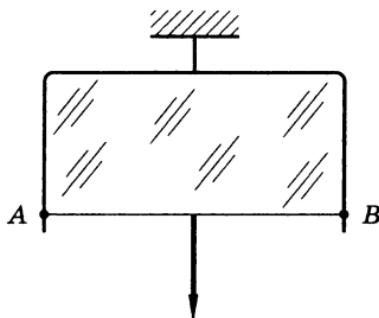


Рис. 98

Решение. Сила натяжения, действующая на проволоку длиной L ,

$$F = 2\sigma L,$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора, а коэффициент 2 учитывает то об-

стоятельство, что мыльная пленка имеет две поверхности раздела «мыльный раствор — воздух». Работа A , которую нужно совершить, чтобы переместить проволоку на расстояние s , равна по модулю работе силы поверхностного натяжения на этом пути:

$$A = Fs.$$

Вычисления:

$$F = 2 \cdot 40 \text{ мН/м} \cdot 0,03 \text{ м} = 2,4 \text{ мН};$$

$$A = 2,4 \text{ мН} \cdot 0,02 \text{ м} =$$

$$= 0,048 \text{ мДж} = 48 \text{ мкДж.}$$

Ответ: $F = 2,4 \text{ мН}$; $A = 48 \text{ мкДж}$.

574. Положите на поверхность воды спичку и коснитесь воды кусочком мыла по одну сторону вблизи спички. Объясните наблюдаемое явление. Найдите силу, приводящую спичку в движение, если длина спички 4 см.

Решение. Когда мыло коснется воды, спичка быстро отплывает в сторону. Связано это явление с тем, что вода и мыльный раствор имеют разные коэффициенты поверхностного натяжения. В результате спичка начинает удаляться от мыла под действием силы

$$F = (\sigma_b - \sigma_m)L,$$

где σ_b и σ_m — коэффициенты поверхностного натяжения воды и мыльного раствора, L — длина спички.

Вычисления:

$$F = (73 \text{ мН/м} - 40 \text{ мН/м}) \cdot 0,04 \text{ м} \approx 1,3 \text{ мН.}$$

Ответ: $F = 1,3 \text{ мН.}$

575. Какова масса капли воды, вытекающей из пипетки, в момент отрыва, если диаметр отверстия пипетки равен 1,2 мм? Считать, что диаметр шейки капли равен диаметру отверстия пипетки.

Решение. Отрыв капли воды от пипетки станет возможным, когда сила поверхностного натяжения, действующая на каплю и приложенная на линии границы между поверхностью капли и краем пипетки, равна силе тяжести, действующей на каплю. Линия границы имеет форму окружности с диаметром отверстия пипетки D . Поэтому уравнение баланса сил имеет вид

$$mg = \sigma\pi D,$$

где m — масса капли, g — ускорение свободного падения, σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Тогда

$$m = \frac{\sigma\pi D}{g}.$$

Вычисления:

$$m = \frac{73 \text{ мН/м} \cdot 3,14 \cdot 0,0012 \text{ м}}{9,8 \text{ м/с}^2} \approx 28 \cdot 10^{-6} \text{ кг} = 28 \text{ мг.}$$

Ответ: $m = 28$ мг.

577. Из капельницы накапали равные массы сначала холодной, а затем горячей воды. Как и во сколько раз изменялся коэффициент поверхностного натяжения воды, если в первом случае образовалось 40, а во втором 48 капель? Плотность воды считать оба раза одинаковой.

Решение. Для ответа на вопрос задачи используем формулу для коэффициента поверхностного натяжения, полученную в предыдущей задаче:

$$\sigma = \frac{mg}{\pi nd}.$$

Здесь m — общая масса капель, n — их число, D — диаметр пипетки. Согласно этой формуле коэффициент поверхностного натяжения обратно пропорционален числу капель. Следовательно, в случае горячей воды этот коэффициент уменьшился в $48/40 = 1,2$ раза.

Ответ: уменьшился в 1,2 раза.

578. Тонкое проволочное кольцо K диаметром 34 мм, подвешенное к пружине A с указателем Z , погружают в сосуд B с водой (рис. 99). Отметив положение указателя на шкале S , медленно опускают сосуд. Пружина при этом растягивается. В момент отрыва кольца от жидкости вновь отмечают положение указателя на шкале. Какое значение коэффициента поверхностного натяжения воды получено, если пружина растянулась на 31 мм? Жесткость пружины 0,5 Н/м.

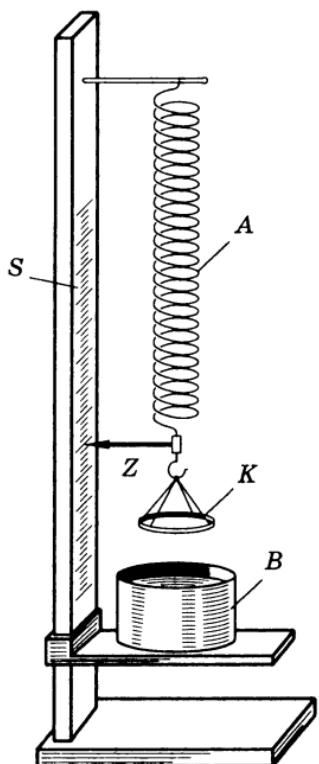


Рис. 99

Решение. Запишем уравнение баланса сил вдоль вертикальной оси двух помеченных на шкале состояний кольца:

$$mg + F_{\text{п}} = F_y \quad (1)$$

Здесь m — масса кольца, $F_{\text{п}}$ — проекция на ось равнодействующей силы поверхностного натяжения, F_y — сила упругости. Для кольца, еще не опущенного в сосуд,

$$mg = kx, \quad (2)$$

где x — начальное удлинение пружины, k — упругость. Силы поверхностного натяжения в этом случае направлены горизонтально, так что проекция их равнодействующей на вертикальную ось равна нулю.

В момент отрыва кольца уравнение баланса сил (1) имеет вид

$$mg + 2\pi D\sigma = k(x + \Delta x), \quad (3)$$

где D — диаметр кольца, σ — коэффициент поверхностного натяжения, Δx — дополнительное удлинение пружины. Коэффициент 2 в формуле для силы поверхностного натяжения учитывает, что имеются две границы раздела «кольцо — поверхность жидкости» — внутри кольца и вне его. Из системы уравнений (2), (3) получаем формулу для коэффициента поверхностного натяжения воды:

$$\sigma = \frac{k\Delta x}{2\pi d}. \quad (4)$$

Вычисления:

$$\sigma = \frac{0,5 \text{ Н/м} \cdot 0,031 \text{ м}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,034 \text{ м}} \approx 0,073 \text{ Н/м} = 73 \text{ мН/м.}$$

Ответ: $\sigma = 73 \text{ мН/м.}$

579. Почему маленькие капли росы на листьях некоторых растений имеют форму шариков, тогда как листья других растений роса покрывает тонким слоем?

Ответ: в первом случае вода не смачивает поверхность листа, а во втором — смачивает.

581. Почему, прежде чем покрыть штукатурку масляной краской, предварительно производят грунтовку олифой?

Решение. Грунтовка производится для того, чтобы закрыть капилляры в штукатурке. Иначе масло будет впитываться в капилляры, а красящий порошок будет оставаться на поверхности и легко осыпаться.

582. Резервуар одного из двух термометров психрометра обмотан полоской ткани, конец которой опущен в сосуд с водой. Почему, несмотря на непрерывное испарение воды, ткань все время остается влажной?

Решение. Вода постоянно испаряется с поверхности ткани, при этом за счет капиллярного эффекта она вновь подается на поверхность ткани из резервуара.

583. Найти массу воды, поднявшейся по капиллярной трубке диаметром 0,5 мм.

Решение. Изменение давления под искривленной поверхностью жидкости в капилляре равно (в приближении абсолютной смачиваемости)

$$\Delta p = \frac{2}{R} \sigma, \quad (1)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, R — радиус капилляра.

Высота поднятия жидкости определяется из условия

$$\Delta p = p_h = \rho g h, \quad (2)$$

где p_h — давление столба жидкости высотой h .

Из (1) и (2) получим:

$$\frac{2}{R} \sigma = \rho g h,$$

откуда, домножив на площадь πR^2 правую и левую части равенства, получим

$$(2R)\pi\sigma = g(\rho h \pi R^2) = gm, \quad (3)$$

где m — масса столба жидкости. Из (3) ($d = 2R$ — диаметр капилляра) получим:

$$m = \frac{2R\pi\sigma}{g} = \frac{d\pi\sigma}{g}.$$

Вычисления:

$$m = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 3,14 \cdot 73 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}}{9,8 \text{ м/с}^2} = \\ = 11,7 \cdot 10^{-6} \text{ кг} = 11,7 \text{ мг.}$$

Ответ: $m = 11,7$ мг.

584. На какую высоту поднимется вода между параллельными пластинками, находящимися на расстоянии 0,2 мм друг от друга?

Решение. Изменение гидростатического давления за счет капиллярных эффектов в промежутке между плоскими пластинами равно:

$$\Delta p = \frac{1}{R} \sigma, \quad (1)$$

где R — радиус кривизны поверхности жидкости. Если считать, что вода абсолютно смачивает поверхности плоских пластин, то $R = d/2$, где d — расстояние между пластинами.

Высоту подъема воды определим, приравнивая добавочное гидростатическое давление столба жидкости величине Δp из (1):

$$\Delta p = \rho g h,$$

т. е.

$$\frac{2\sigma}{d} = \rho g h,$$

где

$$\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м.}$$

Тогда

$$h = \frac{2\sigma}{d\rho g}.$$

Вычисления:

$$h = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} = \\ = 74,5 \text{ мм} = 7,5 \text{ см.}$$

Ответ: $h = 7,5$ см.

585. Где выше поднимается вода в капиллярах равного радиуса — у подножия высокой горы или на ее вершине?

Решение. Высота поднятия воды в капилляре

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g} \quad (1)$$

на вершине горы будет больше, так как там меньше ускорение свободного падения g .

586. Сравнить высоты поднятия воды и керосина в капиллярах равного радиуса.

Решение. В данной задаче применима формула (1) из решения задачи 585. Воспользуемся приближением абсолютной смачиваемости, тогда радиус R капилляра можно считать одинаковым в случае воды и керосина. Из формулы (1) с помощью табличных данных получим:

$$\frac{h_{\text{в}}}{h_{\text{к}}} = \frac{\sigma_{\text{в}}/\rho_{\text{в}}}{\sigma_{\text{к}}/\rho_{\text{к}}} = \frac{73/1}{24/0,8} = 2,43,$$

т. е. высота поднятия воды в капилляре выше высоты керосина в 2,43 раза.

Ответ: высота поднятия воды в 2,43 раза выше.

587. Спирт поднялся в капиллярной трубке на 1,2 см. Найти радиус трубки.

Решение. Согласно формуле (1) из решения задачи 585 высота поднятия жидкости в капилляре равна:

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g}, \text{ поэтому } R = \frac{2\sigma}{h\rho g}.$$

Вычисления:

$$R = \frac{2 \cdot 22 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}}{1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 0,79 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} = 0,47 \text{ мм.}$$

Ответ: $R = 0,47$ мм.

589. Ртутный барометр имеет диаметр трубки 3 мм. Какую поправку в показания барометра надо внести, если учитывать капиллярное опускание ртути?

Решение. Изменение давления ртути в барометре за счет капиллярного эффекта равно:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Надо иметь в виду, что ртуть можно считать абсолютно несмачивающей стекло жидкостью, поэтому Δp в формуле соответствует увеличению давления и барометр будет показывать давление, большее истинного. Величина соответствующего опускания столбика ртути равна:

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{2\sigma}{R\rho g} = \frac{4\sigma}{d\rho g},$$

где R — радиус, d — диаметр трубки.

Вычисления:

$$h = \frac{4 \cdot 510 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 14 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} = 5 \text{ мм.}$$

Ответ: $h = 5$ мм.

590. Сообщающиеся капиллярные трубки разного диаметра заполнены водой. Как изменится разность уровней воды в трубках при нагревании воды?

Решение. Разность уровней поднятия воды в капиллярных трубках разного диаметра равна:

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (1)$$

При изменении температуры в формуле одновременно изменяются величины σ и ρ . Однако изменение коэффициента поверхностного натяжения σ воды заметно больше изменения ее плотности ρ . Так, при нагреве от 0 до 20 °C σ изменяется на 3%, в то время как плотность на 0,2%. Поэтому величина Δh будет изменяться так же, как σ , и уменьшится с ростом температуры.

Ответ: уменьшится.

591. В двух капиллярных трубках разного диаметра, опущенных в воду, установилась разность уровней 2,6 см. При опускании этих же трубок в спирт разность уровней оказалась 1 см. Зная коэффициент поверхностного натяжения воды, найти коэффициент поверхностного натяжения спирта.

Решение. Уровень идеально смачивающей (несмачивающей) жидкости в капилляре радиуса R выше (ниже), чем в сообщающемся с ним широком сосуде, на высоту

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}, \quad (1)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения. Изменение уровня возникает благодаря силе поверхностного натяжения. Как следует из формулы (1), для двух капилляров разных радиусов R_1 и R_2 разность уровней жидкости равна:

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

а отношение величин h для различных жидкостей имеет вид

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{\sigma_1 \rho_2}{\rho_1 \sigma_2}.$$

Из этого соотношения можно получить формулу для коэффициента поверхностного натяжения спирта:

$$\sigma_c = \sigma_b \frac{\rho_c \Delta h_1}{\rho_b \Delta h_2},$$

где σ_b — коэффициент поверхностного натяжения воды, ρ_c и ρ_b — плотность спирта и воды, Δh_c и Δh_b — разность уровней жидкости для капилляров разного диаметра в спирте и воде.

Вычисления:

$$\sigma_c = 73 \text{ мН/м} \frac{0,79 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3}{10^3 \text{ кг/м}^3} \frac{1 \text{ см}}{2,6 \text{ см}} \approx 22 \text{ мН/м.}$$

Ответ: $\sigma_c = 22 \text{ мН/м.}$

28. Механические свойства твердых тел

593. Вблизи поверхности кристалла в процессе его роста наблюдаются так называемые концентрационные потоки раствора, поднимающиеся вверх. Объяснить явление.

Ответ: во время роста кристалла у его поверхности наблюдается уменьшение плотности раствора вследствие перехода растворенного вещества на кристалл. С уменьшением плотности эти слои раствора поднимаются вверх.

595. Какого вида деформации испытывают: а) ножка скамейки; б) сиденье скамейки; в) натянутая струна гитары; г) винт мясорубки; д) сверло; е) зубья пилы?

Ответ: а) сжатие; б) изгиб; в) растяжение; г) кручение; д) кручение и сжатие; е) сдвиг.

597. Какого вида деформации возникают в перекладине, когда гимнаст делает полный оборот («солнце»)?

Ответ: изгиб и кручение.

598. Для чего рама велосипеда делается из полых трубок, а не из сплошных стержней?

Решение. Основной вид деформаций, возникающих в раме велосипеда при его эксплуатации, — это изгиб. При этом поверхностные слои стержней рамы деформируются (растягиваются, сжимаются и сдвигаются) сильнее, чем внутренние. Следовательно, удаление внутренних слоев стержня, которое превращает его в трубку, не может заметно сказаться на прочности конструкции.

599. К закрепленной одним концом проволоке диаметром 2 мм подвешен груз массой 10 кг. Найти механическое напряжение в проволоке.

Решение. Механическим напряжением называется физическая величина, численно равная упругой силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S},$$

где $F_{\text{упр}}$ — сила упругости, S — площадь поперечного сечения тела. Площадь поперечного сечения проволоки равна $S = \pi D^2/4$, где D — диаметр проволоки. Сила упругости в положении равновесия равна силе тяжести, действующей на груз. Таким образом, напряжение в проволоке $\sigma = 4 \frac{mg}{\pi D^2}$.

Вычисления:

$$\sigma = 4 \cdot \frac{10 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} \approx 32 \cdot 10^6 \text{ Па} = 32 \text{ МПа.}$$

Ответ: $\sigma = 32 \text{ МПа.}$

600. Две проволоки, диаметры которых отличаются в 3 раза, подвержены действию одинаковых растягивающих сил. Сравнить возникающие в них напряжения.

Решение. Согласно общей формуле для механического напряжения, приведенной в решении задачи 599, напряжение обратно пропорционально площади сечения проволоки и, следовательно, обратно пропорционально квадрату диаметра проволоки. Поэтому в проволоке в 3 раза большего диаметра напряжение в $3^2 = 9$ раз меньше.

Ответ: в проволоке большего диаметра напряжение в 9 раз меньше.

601. Балка длиной 5 м с площадью поперечного сечения 100 см^2 под действием сил по 10 кН, приложенных к ее концам, сжалась на 1 см. Найти относительное сжатие и механическое напряжение.

Решение. Относительная деформация является мерой деформации и равна отношению абсолютной деформации Δx к первоначальному значению параметра x , характеризующего размеры или форму тела. В данном случае $x = 5 \text{ м}$, $\Delta x = 0,01 \text{ м}$. Поэтому относительная деформация (сжатие) равна:

$$\Delta x/x = 0,01 \text{ м}/5 \text{ м} = 0,002.$$

Механическое напряжение σ численно равно упругой силе F , приходящейся на единицу площади сечения тела. В данном случае, согласно третьему закону Ньютона, упругая сила F равна по модулю силе, приложенной к одному из концов балки. Таким образом, механическое напряжение равно:

$$\sigma = 10^4 \cdot M/0,01m^2 = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ МПа}.$$

Ответ: $\Delta x/x = 0,002$; $\sigma = 1 \text{ МПа}$.

602. При растяжении алюминиевой проволоки длиной 2 м в ней возникло механическое напряжение 35 МПа. Найти относительное и абсолютное удлинения.

Решение. Согласно закону Гука относительная деформация

$$\Delta x/x = \sigma/E,$$

где E — модуль упругости. Абсолютное удлинение при этом равно:

$$\Delta x = x\sigma/E.$$

Вычисления:

$$\Delta x/x = 0,5 \cdot 10^{-3},$$

$$\Delta x = 2 \text{ м} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \text{ м} = 1 \text{ мм}.$$

Ответ: $\Delta x/x = 0,0005$; $\Delta x = 1 \text{ мм}$.

603. Найти напряжение, возникающее в стальном тросе при его относительном удлинении 0,001.

Решение. Используя закон Гука, связывающий относительную деформацию (в данном случае — удлинение E), находим σ — напряжение, возникающее в стальном тросе:

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta x}{x}.$$

$$\sigma = 210 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot 0,001 = 210 \cdot 10^6 \text{ Па} = 210 \text{ МПа.}$$

Ответ: $\sigma = 210 \text{ МПа.}$

604. Во сколько раз абсолютное удлинение латунной проволоки больше, чем стальной (такой же длины и такого же поперечного сечения), при действии на них одинаковых растягивающих сил?

Решение. Согласно закону Гука относительное удлинение ($\Delta x/x$) зависит от механической деформации σ по формуле

$$\Delta x/x = \sigma/E,$$

где E — модуль упругости. Эту формулу можно представить в форме, удобной для анализа условия задачи, если использовать определение механической деформации σ :

$$\sigma = F/S.$$

Здесь F — упругая сила (или равная ей по модулю растягивающая сила), S — площадь поперечного сечения тела. Таким образом, абсолютное удлинение равно:

$$\Delta x = xF/(ES),$$

где x — исходный размер (длина) тела. Следовательно, при равных длинах, поперечных сечениях и растягивающих силах отношение удлинения латунной проволоки $\Delta x_{\text{л}}$ к удлинению стальной $\Delta x_{\text{с}}$ равно:

$$\Delta x_{\text{л}}/\Delta x_{\text{с}} = E_{\text{с}}/E_{\text{л}},$$

где $E_{\text{л}}$ и $E_{\text{с}}$ — величины соответствующих модулей упругости этих материалов.

Вычисления:

$$\Delta x_{\text{л}}/\Delta x_{\text{с}} = 210 \cdot 10^9 \text{ Па} / 100 \cdot 10^9 \text{ Па} = 2,1.$$

Ответ: в 2,1 раза.

605. К концам стальной проволоки длиной 3 м и сечением 1 мм^2 приложены растягивающие силы по 210 Н каждая. Найти абсолютное и относительное удлинения.

Решение. Используем для решения задачи закон Гука в форме (см. решение предыдущей задачи)

$$\Delta x = xF/(ES).$$

Здесь Δx — абсолютное, $\Delta x/x$ — относительное удлинения, F — приложенная сила, E — модуль упругости, S — площадь поперечного сечения проволоки.

Вычисления:

$$\Delta x/x = 210 \text{ Н} / (210 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2) = 10^{-3};$$

$$\Delta x = 3 \text{ м} \cdot 10^{-3} = 0,003 \text{ м} = 3 \text{ мм}.$$

Ответ: $\Delta x = 3 \text{ мм}$; $\Delta x/x = 10^{-3}$.

607. Какие силы надо приложить к концам стальной проволоки длиной 4 м и сечением 0,5 мм^2 для удлинения ее на 2 мм?

Решение. Запишем обобщенный закон Гука для стальной проволоки:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где $E = 210 \text{ ГПа}$. При этом напряжение задается формулой

$$\sigma = \frac{F}{\Delta S},$$

а относительное удлинение —

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Тогда

$$F = \frac{E \Delta l S}{l}.$$

Вычисления:

$$F = 210 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / 4 \text{ м} = \\ = 52,5 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 52,5 \text{ Н.}$

608. Во сколько раз относительное удлинение рыболовной лесы диаметром 0,2 мм больше, чем лесы диаметром 0,4 мм, если к концам лес приложены одинаковые силы?

Решение. Воспользовавшись формулами из решения задачи 607, запишем:

$$\Delta l = \frac{F}{S} \frac{l}{E},$$

откуда

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(0,4)^2}{(0,2)^2} = 4.$$

Ответ: в 4 раза больше.

609. К проволоке был подвешен груз. Затем проволоку согнули пополам и подвесили тот же груз. Сравнить абсолютное и относительное удлинения проволоки в обоих случаях.

Решение. Аналогично решению задачи 607 запишем

$$\frac{F}{\Delta S} = E \frac{\Delta l}{l}.$$

Тогда относительное удлинение

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E \Delta S} F$$

обратно пропорционально площади поперечного сечения проволоки, и для двойной проволоки

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \frac{1}{2}$$

(относительное удлинение уменьшится вдвое).

Абсолютное удлинение равно:

$$\Delta l = \frac{l}{E} F,$$

поэтому

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{\Delta S_2 l_1}{\Delta S_1 l_2} = \frac{1}{4}$$

(абсолютное удлинение будет вчетверо меньше).

Ответ: абсолютное удлинение уменьшится в 4 раза; относительное удлинение уменьшится в 2 раза.

610. Во сколько раз изменится абсолютное удлинение проволоки, если, не меняя нагрузку, заменить проволоку другой — из того же материала, но имеющей вдвое большую длину и в 2 раза больший диаметр?

Решение. Аналогично решению задачи 607 запишем обобщенный закон Гука в виде

$$\frac{F}{\Delta S} = E \frac{\Delta l}{l},$$

поэтому при $F = \text{const}$ и $E = \text{const}$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{l_1}{l_2} \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \frac{l_1 d_2^2}{l_2 d_1^2} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

(удлинение уменьшится в 2 раза).

Ответ: уменьшится в 2 раза.

611. Диаметр капроновой рыболовной лесы 0,12 мм, а разрывная нагрузка 7,5 Н. Найти предел прочности на разрыв данного сорта капрона.

Решение. Предел прочности определяется как механическое напряжение, которому соответствует наибольшая выдерживаемая телом нагрузка перед раз-

рушением его структуры. В данном случае максимально возможное механическое напряжение

$$\sigma_{\text{п}} = 4 \frac{F_p}{\pi D^2},$$

где F_p — разрывная нагрузка, D — диаметр лесы.

Вычисления:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{п}} &= 4 \frac{7,5 \text{ Н}}{3,14 \cdot 144 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2} \approx \\ &\approx 0,66 \cdot 10^9 \text{ Па} = 0,66 \text{ ГПа.}\end{aligned}$$

Ответ: $\sigma_{\text{п}} = 0,66 \text{ ГПа.}$

612. Из скольких стальных проволок диаметром 2 мм должен состоять трос, рассчитанный на подъем груза массой 2 т?

Решение. Предел прочности стали $\sigma_{\text{п}} = 500 \text{ МПа}$. Следовательно, предельная нагрузка F одной стальной проволоки диаметром D равна:

$$F = \sigma_{\text{п}} \pi D^2 / 4.$$

Поэтому для подъема груза массой M нужно следующее минимальное количество N подобных стальных проволок:

$$N = \frac{M g}{F}.$$

Вычисления:

$$F = 5 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / 4 \approx 1570 \text{ Н};$$

$$N = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{1570 \text{ Н}} \approx 13.$$

Ответ: более 13.

613. При какой наименьшей длине h свинцовая проволока, подвешенная за один конец, разорвется от собственного веса?

Решение. Наибольшее механическое напряжение σ возникает у верхнего конца свинцовой проволоки. Разрыв проволоки произойдет, когда сила тяжести ρghS , где ρ — плотность свинца, S — площадь поперечного сечения проволоки, превысит разрывную нагрузку $\sigma_{\text{п}}S$. Приравнивая эти силы, получаем формулу для критической длины h проволоки, при которой произойдет разрыв:

$$h = \frac{\sigma_{\text{п}}}{\rho g},$$

где предел прочности свинца $\sigma_{\text{п}} = 15 \text{ МПа}$, плотность свинца $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Вычисления:

$$h = \frac{15 \cdot 10^6 \text{ Па}}{11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} \approx 135 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 135 \text{ м.}$

614. Проволока с висящим на ней грузом массой m_1 имеет длину l_1 , а при увеличении массы груза до m_2 длина становится l_2 . Найти длину проволоки l_0 без нагрузки.

Решение. Запишем уравнение баланса сил (силы тяжести и силы упругости) для каждого из случаев

$$m_1g = k(l_1 - l_0), \quad m_2g = k(l_2 - l_0).$$

Из этой системы уравнений находим:

$$\frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0} = \frac{m_1}{m_2},$$

откуда
$$l_0 = \frac{m_2 l_1 - m_1 l_2}{m_2 - m_1}.$$