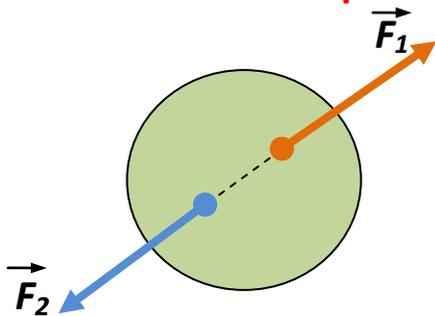


УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

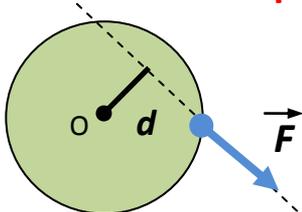
1. Равновесие тел при отсутствии вращения.



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Чтобы тело, которое может двигаться поступательно (без вращения), находилось в равновесии, необходимо, чтобы геометрическая сумма сил, приложенных к телу, была равна нулю

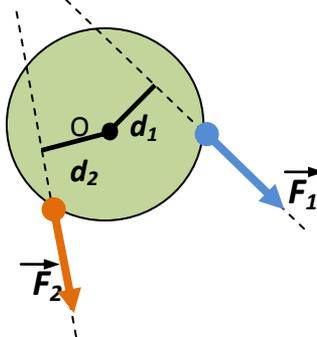
2. Равновесие тел с закрепленной осью вращения.



$$M = Fd - \sum M$$

Величина, равная произведению модуля силы (F) на ее плечо (d), наз-ся **моментом силы (M)**

т.О – ось вращения,
d – плечо силы F



Перпендикуляр, опущенный из оси вращения на прямую, вдоль которой действует сила, наз-ся **плечом силы**

Моменты сил, вращающих тело против часовой стрелки, считать положительными, а по часовой стрелки- отрицательными

Условие равновесия $F_1 d_1 = F_2 d_2$ или $-F_1 d_1 + F_2 d_2 = 0$

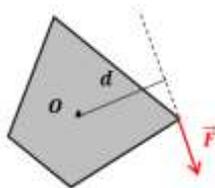
Правило моментов

$$M_1 = M_2 \text{ или } -M_1 + M_2 = 0$$

Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех действующих на тело сил относительно оси равна нулю.

Плечо силы. Момент силы

Плечо силы - это длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения на линию действия силы.



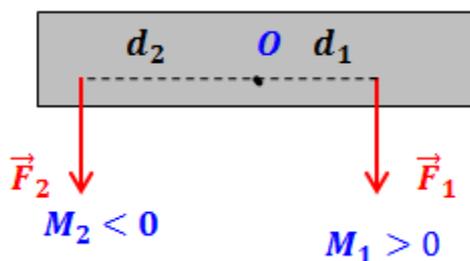
Момент силы - это физическая величина, равная произведению модуля силы на ее плечо:

$$M = Fd$$

Единица измерения момента силы в системе СИ — Н • м (Ньютон • метр).

Знак момента силы

Если сила, приложенная к телу, вращает его по часовой стрелке, то момент силы $M > 0$, если против часовой стрелки, то момент силы $M < 0$.



Момент силы равен нулю, если плечо силы, приложенной к телу, равно нулю.

Условие равновесия тела на закрепленной оси вращения Условие равновесия вращающегося тела

Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю:

$$\sum M = 0$$

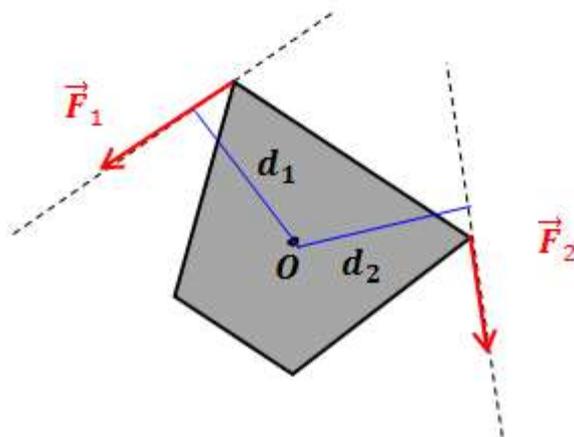


Рис. 1. Равновесие тела на закрепленной оси вращения

Для равновесия тела на закрепленной оси вращения (рис.1) должно выполняться условие:

$$-M_1 + M_2 = 0$$

или

$$-F_1 d_1 + F_2 d_2 = 0$$

Следует отметить, что в общем случае, когда тело может двигаться поступательно и вращаться, для равновесия необходимо выполнение обоих условий: равенство нулю равнодействующей силы и равенство нулю алгебраической суммы всех моментов.

Центр тяжести и центр масс

Центр тяжести — это такая точка приложения равнодействующей [сил тяжести](#), действующих на все части тела, которая не изменяет своего положения при любых переворотах тела.

Положение центра тяжести тела можно определить экспериментально. Для этого достаточно поочередно подвесить тело за две различные точки на его поверхности и провести через точки подвеса вертикали. Пересечение этих линий — линий действия сил тяжести — и определяет положение центра тяжести тела.

Центр масс — это геометрическая точка, положение которой характеризует распределение [масс](#) в теле.

Координаты центра масс определяются формулами:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

У однородных симметричных тел центр масс располагается в геометрическом центре тела: у круга (сферы) в его центре, у треугольника — в точке пересечения медиан, у прямоугольника — в точке пересечения диагоналей.

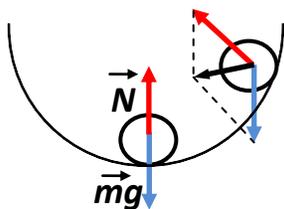
Механическая система всегда находится в [равновесии](#) относительно оси вращения, проходящей через ее центр масс.

В отличие от центра тяжести центр масс имеет смысл для любого тела или механической системы в то время, как центр тяжести — только для твердого тела, находящегося в однородном гравитационном поле.

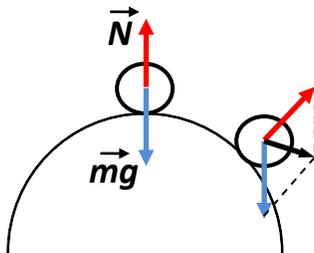
ВИДЫ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

1. Виды равновесия тела, имеющего точку опоры

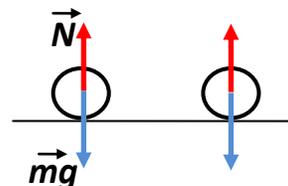
устойчивое



неустойчивое

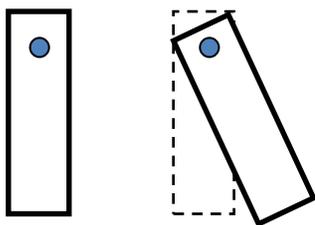


безразличное



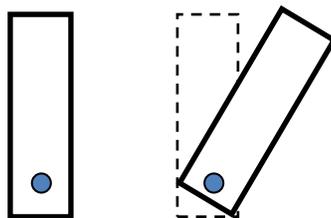
2. Виды равновесия тела с закрепленной осью вращения

устойчивое



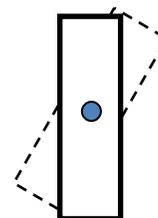
центр тяжести
выше оси вращения

неустойчивое

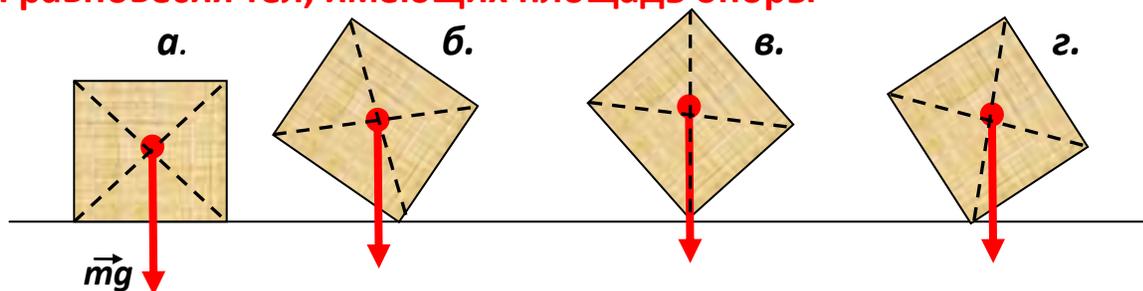


центр тяжести
ниже оси вращения

безразличное



3. Виды равновесия тел, имеющих площадь опоры



Если вертикаль, проведенная через центр тяжести тела, пересекает площадь его опоры – **устойчивое положение тела (а,б,)**, если не пересекает – **неустойчивое положение тела (г)**, в случае (в) – тело находится в равновесии.

Виды равновесия тел

Различают:

устойчивое равновесие
неустойчивое равновесие
безразличное равновесие

Устойчивое равновесие — это равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия и предоставленное самому себе, возвращается в прежнее положение.

Это происходит, если при небольшом смещении тела в любом направлении от первоначального положения равнодействующая сил, действующих на тело, становится отличной от нуля и направлена к положению равновесия.

Например, шарик, лежащий на дне сферического углубления (рис. 1 а).

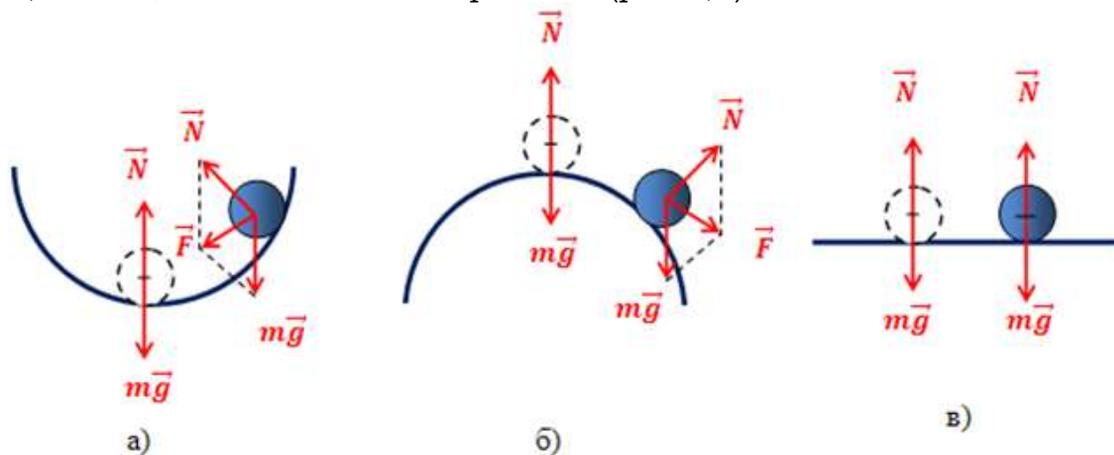
Неустойчивое равновесие — это равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия и предоставленное самому себе, будет еще больше отклоняться от положения равновесия.

В данном случае при небольшом смещении тела из положения равновесия равнодействующая приложенных к нему сил отлична от нуля и направлена от положения равновесия.

Например, шарик, находящийся в верхней точке выпуклой сферической поверхности (рис. 1 б).

Безразличное равновесие — это равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия и предоставленное самому себе, не меняет своего положения (состояния).

В этом случае при небольших смещениях тела из первоначального положения равнодействующая приложенных к телу сил остается равной нулю. *Например*, шарик, лежащий на плоской поверхности (рис. 1, в).



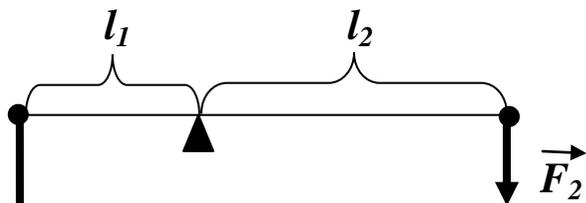
РЫЧАГИ

1. Простые механизмы

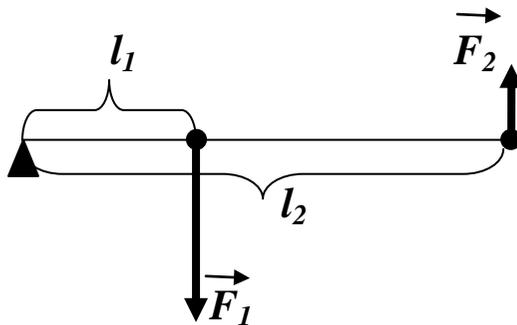
рычаг – блок, ворот

наклонная плоскость – клин, винт

2. Рычаг



весы, весла, ножницы



тачка, скелет, хлебoreзка

3. Правило рычага Архимед – «Дайте мне точку опоры, и я подниму Землю»

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$F_1 \times l_1 = F_2 \times l_2$$



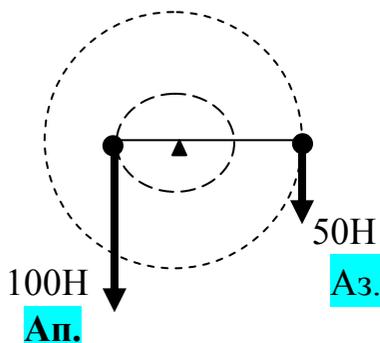
$$M_1 = M_2$$

M_1 и M_2 – моменты сил

l_1 и l_2 – плечи сил

Рычаг находится в равновесии тогда, когда силы, действующие на него, обратно пропорциональны плечам этих сил (или моменты этих сил равны).

4. Выигрыш в работе?



$$A_з = 2\pi \times 2\text{м} \times 50\text{Н} = 200\pi \text{ Дж}$$

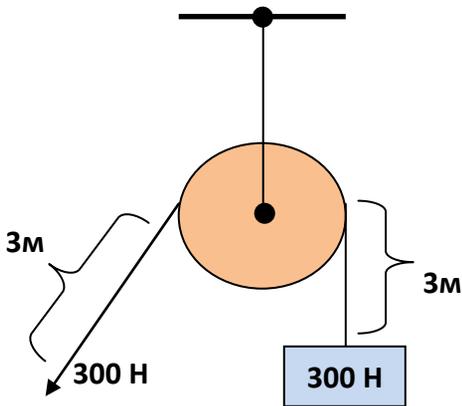
$$A_п = 2\pi \times 1\text{м} \times 100\text{Н} = 200\pi \text{ Дж}$$

Во сколько раз выигрываем в силе, во столько раз проигрываем в расстоянии

«Золотое правило механики»

БЛОКИ

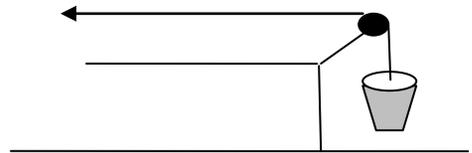
1. Неподвижный



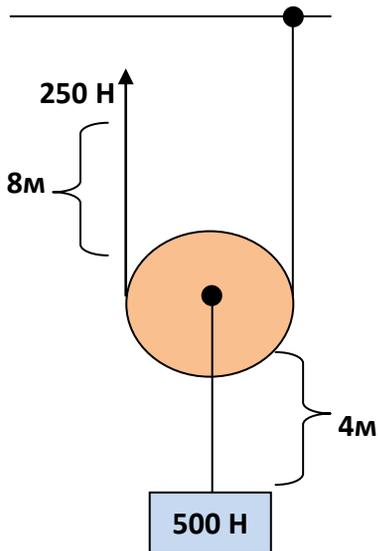
$$A_z. = 300 \text{ Н} \times 3 \text{ м} = 900 \text{ Дж}$$

$$A_n. = 300 \text{ Н} \times 3 \text{ м} = 900 \text{ Дж}$$

Изменяет направление
приложенной силы



2. Подвижный



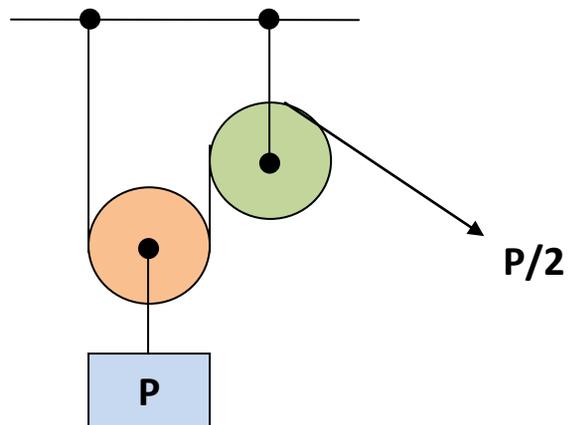
$$A_z. = 250 \text{ Н} \times 8 \text{ м} = 2000 \text{ Дж}$$

$$A_n. = 500 \text{ Н} \times 4 \text{ м} = 2000 \text{ Дж}$$

Во сколько раз выигрываем в силе,
во столько раз проигрываем в расстоянии

«Золотое правило механики»

Система блоков



Вывод:

*Ни один простой механизм
не дает выигрыша в работе*

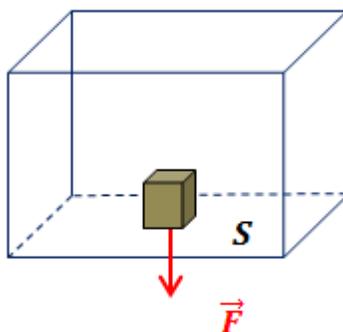
ГИДРОСТАТИКА

1. Давление

Давление — это скалярная физическая величина, равная отношению модуля силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S}$$

Сила, прикладываемая перпендикулярно поверхности тела, под действием которой тело деформируется, называется силой давления. В качестве силы давления может выступать любая сила. Это может быть сила, которая прижимает одно тело, к поверхности другого, или вес тела, действующий на опору.



Единицы измерения давления

В системе СИ давление измеряется в паскалях (Па): **1 Па = 1 Н/м²**

Давление не зависит от ориентации поверхности.

Часто используются внесистемные единицы: нормальная атмосфера (атм) и миллиметр ртутного столба (мм рт. ст.): **1 атм = 760 мм рт. ст. = 101325 Па**

Очевидно, что в зависимости от площади поверхности одна и та же сила давления может оказывать различное давление на эту поверхность. Этой зависимостью часто пользуются в технике, чтобы увеличить или, наоборот, уменьшить давление. Конструкции танков, тракторов предусматривают уменьшение давления на грунт путем увеличения площади с помощью гусеничной передачи. Этот же принцип положен в основу конструкции лыж: на лыжах человек легко скользит по снегу, однако, сняв лыжи, сразу же проваливается в снег. Лезвие режущих и острие колющих инструментов (ножей, ножниц, резцов, пил, игл и др.) специально остро оттачивается: острое лезвие имеет маленькую площадь, поэтому при помощи даже небольшой силы создается большое давление, и таким инструментом легко работать.

2. Закон Паскаля. Гидростатическое давление

Закон Паскаля — давление на поверхность жидкости, произведенное внешними силами, передается жидкостью одинаково во всех направлениях.

Этот закон был открыт французским ученым Б. Паскалем в 1653 г. Его иногда называют основным законом гидростатики.

Закон Паскаля можно объяснить с точки зрения молекулярного строения вещества. В твердых телах молекулы образуют кристаллическую решетку и колеблются около своих положений равновесия. В жидкостях и газах молекулы обладают относительной свободой, они могут перемещаться друг относительно друга. Именно эта особенность позволяет давление,

производимое на жидкость (или газ) передавать не только в направлении действия силы, но и во всех направлениях.

Закон Паскаля нашел широкое применение в современной технике. На законе Паскаля основана работа современных суперпрессов, которые позволяют создавать давления порядка 800 МПа. Также на этом законе построена работа всей гидроавтоматики, управляющей космическими кораблями, реактивными авиалайнерами, станками с числовым программным управлением, экскаваторами, самосвалами и т.д.

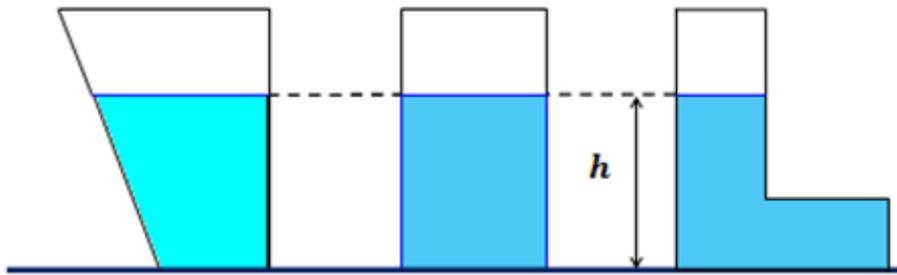
Гидростатическое давление жидкости

Гидростатическое давление — это давление в жидкости, обусловленное силой тяжести.

Гидростатическое давление внутри жидкости на любой глубине не зависит от формы сосуда, в котором находится жидкость, и равно произведению плотности жидкости, ускорения свободного падения и глубины, на которой определяется давление:

$$p = \rho gh$$

В однородной покоящейся жидкости давления в точках, лежащих в одной горизонтальной плоскости (на одном уровне), одинаковы. Во всех случаях, приведенных на рис., давление жидкости на дно сосудов одинаково.



На данной глубине жидкость давит одинаково по всем направлениям, поэтому давление на стенку на данной глубине будет таким же, как и на горизонтальную площадку, расположенную на такой же глубине.

Полное давление в жидкости, налитой в сосуд, складывается из давления у поверхности жидкости и гидростатического давления:

$$p = p_0 + \rho gh$$

Давление у поверхности жидкости часто равно атмосферному давлению.

3. Сообщающиеся сосуды

Сообщающиеся сосуды — это сосуды, которые имеют связывающие их каналы, заполненные жидкостью.

Другими словами, это сосуды, соединенные ниже поверхности жидкости таким образом, что жидкость может перетекать из одного сосуда в другой.



Закон сообщающихся сосудов

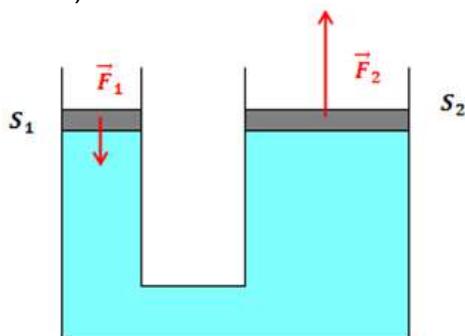
1. В сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, давление во всех точках жидкости, расположенных в одной горизонтальной плоскости, одинаково и не зависит от формы сосудов. При этом поверхности жидкости в сообщающихся сосудах устанавливаются на одном уровне.
2. Высоты столбов разнородных жидкостей обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Сообщающиеся сосуды широко используются в быту и в технике. Самый обычный чайник или лейка для полива растений — это примеры сообщающихся сосудов. Закон сообщающихся сосудов лежит в основе работы водопровода, различных фонтанов, шлюзах на реках и каналах.

4. Гидравлический пресс

Гидравлический пресс представляет собой два сообщающихся сосуда цилиндрической формы и разного диаметра, в которых имеются поршни площадью S_1 и S_2 , причем $S_2 \gg S_1$. Цилиндры заполнены жидким маслом (обычно трансформаторным).



Принцип действия гидравлического пресса

Принцип действия гидравлического пресса основан на законе Паскаля. Если подействовать на малый поршень с силой \vec{F}_1 , то под малым поршнем возникнет давление:

$$p = \frac{F_1}{S_1}$$

Согласно закону Паскаля это давление будет передаваться без изменения по всем направлениям в любую точку жидкости, включая точки под большим поршнем. Поэтому давление под большим поршнем:

$$p = \frac{F_2}{S_2}$$

Приравняв правые части, получим:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \text{ или } F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Из последнего соотношения видно, что сила, с которой жидкость действует на большой поршень \vec{F}_2 больше силы воздействия на малый поршень \vec{F}_1 во столько раз, во сколько площадь большого поршня превышает площадь малого. Таким образом, гидравлический пресс дает выигрыш в силе.

5. Закон Архимеда, формула и определение

Закон (Сила) Архимеда: На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости:

$$F_A = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{т}}$$

где ρ — плотность жидкости, V — объем погруженной части тела.

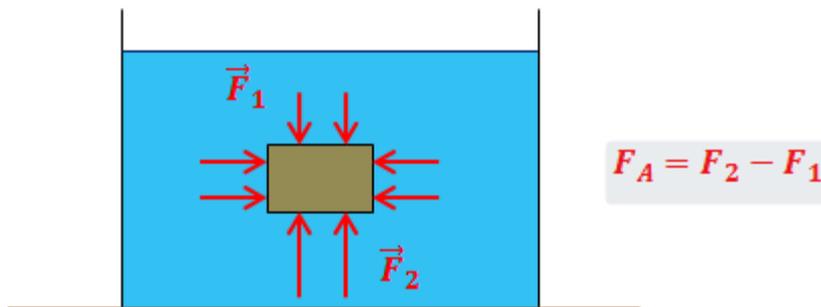


Рис. Возникновение выталкивающей силы

На рис. изображен брусок, погруженный в жидкость. Силы давления со стороны жидкости, действующие на боковые стенки бруска, уравновешивают друг друга. Силы, действующие на нижнее и верхнее основания бруска, определяются глубиной, на которой находятся соответствующие основания. Очевидно, что силы, действующие на нижнее основание бруска, больше. Таким образом, возникновение выталкивающей силы (силы Архимеда) обусловлено различием гидростатических давлений на нижнее и верхнее основания бруска.

Если в воздухе вес тела $P_0 = mg$, то при погружении в жидкость, его вес изменится и станет равным:

$$P = P_0 - F_A = mg - \rho g V$$

Приведенная формулировка закона Архимеда справедлива, если вся поверхность тела соприкасается с жидкостью или если тело плавает в жидкости, или если тело частично погружено в жидкость через свободную (не соприкасающуюся со стенками) поверхность жидкости. Если же часть поверхности тела плотно прилегает к стенке или дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то закон Архимеда неприменим.

Закон Архимеда несправедлив в состоянии невесомости, так как в этом состоянии исчезает различие гидростатических давлений на разных глубинах и, следовательно, выталкивающая сила становится равной нулю.

6. Плавание тел

Плавание — это способность тела удерживаться на поверхности жидкости или на определенном уровне внутри жидкости.

Условия плавания тел следуют из закона Архимеда:

1. Если выталкивающая сила больше, чем вес тела ($F_A > P$ или $\rho_{\text{ж}} > \rho_{\text{т}}$), тело всплывает до тех пор, пока эти силы не уравновесятся.
2. Если выталкивающая сила равна весу тела ($F_A = P$ или $\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{т}}$), тело плавает в любой точке жидкости.
3. Если выталкивающая сила меньше веса тела ($F_A < P$ или $\rho_{\text{ж}} < \rho_{\text{т}}$), тело тонет.

Из полученного соотношения можно сделать важные выводы:

- *тело плавает, будучи полностью погруженным в жидкость, если плотность тела равна плотности жидкости;*
- *тело плавает, частично выступая над поверхностью жидкости, если плотность тела меньше плотности жидкости;*
- *если плотность тела больше плотности жидкости, т.е, плавание невозможно.*

Плавание тел на границе нескольких сред

Если тело плавает на границе нескольких сред с плотностями ρ_1, ρ_2, \dots , то вес вытесненной жидкости, а, следовательно, и Архимедова сила в этом случае равны:

$$F_A = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots) g$$

где V_1 — объем части тела, погруженной в первую среду, V_2 — объем части тела, погруженной во вторую среду и т.д.

Плотность сухого дерева за счет полостей, наполненных воздухом, меньше плотности воды, и дерево может плавать на поверхности. Но железо и многие другие вещества значительно плотнее воды. Однако современные корабли сделаны из металла и перевозят различные грузы по воде. *Как это возможно?* Дело в том, что корпус корабля, который погружается в воду, делают объемным, а внутри этот корабль имеет большие полости, заполненные воздухом, что и уменьшает общую плотность корабля.

Глубина, на которую плавающий корабль погружается в воду, называется *осадкой корабля*. При полной загрузке корабль не должен опускаться ниже так называемой грузовой ватерлинии.

Вес воды, вытесняемой судном при погружении до *ватерлинии*, называется *водоизмещением судна*. Он равен силе тяжести, действующей на судно с грузом.

Грузоподъемность судна показывает вес груза, который перевозится судном. Грузоподъемность равна разности водоизмещения и веса незагруженного судна.

Плотность человеческого тела немного больше плотности воды. Однако, человек, когда у него в легких содержится некоторое количество воздуха, тоже может спокойно держаться на поверхности воды. Если же, находясь в воде, выдохнуть весь воздух из легких, то начнется медленное погружение на дно. Поэтому при плавании опасно наглотаться воды и впустить ее в легкие, именно это является наиболее *частой причиной несчастных случаев на воде*.

Основные формулы раздела «Статика и гидростатика»

Давление твёрдого тела

$$p = \frac{F}{S} - \text{Па}$$

Давление твёрдого тела обратно пропорционально площади поверхности, на которую действует сила.

Давление жидкостей и газов

$$p = \rho gh - \text{Па}$$

Закон Паскаля

Давление, производимое на жидкость или газ, передается в любую точку без изменений во всех направлениях.

Сообщающиеся сосуды

$$h_{\text{лев.}} = h_{\text{пр.}}$$

Однородная жидкость

$$\frac{h_{\text{кер.}}}{h_{\text{в}}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{кер.}}}$$

Разнородные жидкости

Гидравлическая машина

$$\frac{F_{\text{м}}}{S_{\text{м}}} = \frac{F_{\text{б}}}{S_{\text{б}}} \quad \text{или} \quad F_{\text{б}} = F_{\text{м}} \frac{S_{\text{б}}}{S_{\text{м}}}$$

Сила $F_{\text{б}}$ во столько раз больше силы $F_{\text{м}}$, во сколько раз площадь большого поршня больше площади малого (**выигрыш в силе!**)

Архимедова сила

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{Т}} g$$

Тело, погруженное в жидкость или газ теряет в своём весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость или газ.

Условия плавания тел

$$F_{\text{А}} < mg \quad - \text{тонет} \quad - \quad \rho_{\text{ж}} < \rho_{\text{т}}$$

$$F_{\text{А}} = mg \quad - \text{плавает} \quad - \quad \rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{т}}$$

$$F_{\text{А}} > mg \quad - \text{всплывает} \quad - \quad \rho_{\text{ж}} > \rho_{\text{т}}$$

Условия равновесия рычага

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \text{или} \quad M_1 = M_2$$

Рычаг находится в равновесии тогда, когда силы, действующие на него, обратно пропорциональны плечам этих сил (или моменты этих сил равны).

Момент силы относительно оси вращения

$$M = \pm Fl$$

Момент силы относительно оси вращения - это физическая величина, которая равна произведению силы на ее плечо.

l – плечо силы F относительно оси; знак \pm зависит от того, вращает ли сила тело по или против часовой стрелки.

Условия равновесия твердого тела

$$\begin{cases} M_1 + M_2 + \dots = 0 \\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0 \end{cases}$$

1 правило моментов. Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю.

2 условие равновесия. Невращающееся тело находится в равновесии, если геометрическая сумма сил, приложенных к телу, равна нулю.